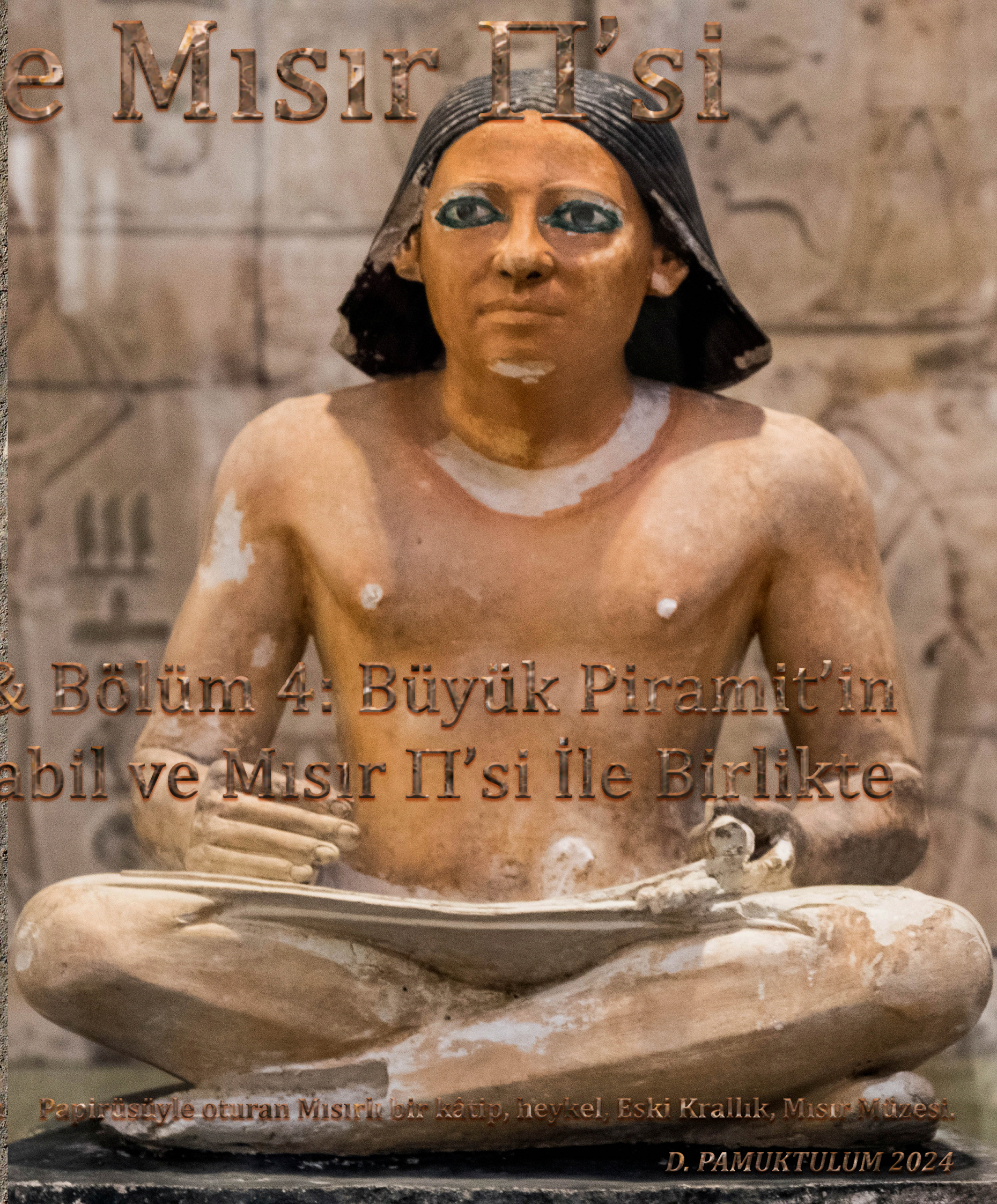


Babil ve Mısır II'si



Bölüm 3: MMP 10 & Bölüm 4: Büyük Piramit'in
Geometrisindeki Babil ve Mısır II'si İle Birlikte

III. Tiglat-Pileser'in Nimrud'daki Merkez Sarayı'ndan
kalem ve kil tabletleriyle Asurlu kâtipler, kabartma süs-
leme, MO 728, Britanya Müzesi.



Papirüsüyle oturan Mısırlı bir kâtip, heykel, Eski Krallık, Mısır Müzesi.

D. PAMUKTULUM 2024

§ 1. Eski Babilonya’da Π	1
1.1. Tarihçesi.....	1
$\pi = 3$ Eski Ahit’e nasıl girdi?.....	1
1. Krallar ve 2. Tarihler’in kapsadığı dönemler	1
Π ayetleri Ölü Deniz Parşömenleri’nde yok!.....	1
Eski Ahit’teki π ’yi çözebilmek için Eski Babil’e gitmek gerekiyor!.....	2
Kritik Bir Dönemeç: Neugebauer	2
1. $\pi = 3$ ise	2
Problemin Çözümü.....	4
2. $\pi = 3; 7,30$ ise	5
1.2. Tabletın Çevirisi.....	6
Olağanüstü Bir Öğretmen Jean Brette ’den Olağanüstü Bir Araştırma.....	7
1.3. Tabletın Çözümü.....	10
Genelleştirilmiş Napolyon Teoremi	11
Teorem 1.1.....	13
İSTANBUL’DA BÜYÜK EDEBİ KEŞİF.....	16
The New York Times’dan Skandal İfadeler!.....	16
Gölgelerdeki Arşimet ’i Bulmak!.....	17
1. Çözüm (Doğal Çözüm ya da Eski Babil Çözümü).....	20
Metot 2.....	21
Neugebauer ’in İnanılmaz Hesabı!	21
2. Çözüm (Doğal Olmayan Çözüm ya da Modern Çözüm)	22
3. Çözüm (Uydurma Çözüm ya da Neugebauer ’in Çözümü).....	22
1.4. Eski Babilonya Matematik Metinlerinde Bazı Geometrik Sabitler	22
Eski Ahit’te “Kütük (Log)” Ölçüsü ve Ondan Türetilen Ölçü Birimleri	24
Katı Ölçü Birimleri	24
Sıvı Ölçü Birimleri	24
Talmudik Eklèmeler.....	24
§ 2. Eski Mısır’da Π	25
2.1. Giriş.....	25
Antik Yunan’da Π	26
Yunan Mimarisinde Π	26
Yunanlı Mimar, Arşimet ’in Önerme 2’sindeki şekli kullanır!	26
Aya Sofya’nın kubbesinin yüzey alanı nedir?	26
Seyir Defterimden Notlar.....	27
Austin Carter ’in merakı: RMP 50	28
2.2. Problem 48 Hakkında.....	29
2.2.1. Problem 48	30
Rhind Papirüsünden Mükemmel Kopyalar!.....	30
Problem 48’in İmajında Kritik Bir Hata!.....	31

2.2.1.1. Çeviri ve Okuma.....	31
10 Tabanındaki Sayılar	31
<i>Khufu</i> ’dan Haber Var!.....	31
<i>Eisenlohr</i> ’dan Problem 48’e Kritik Bir Bakış.....	31
2.2.1.2. Ölçü Birimleri.....	32
2.2.1.3. Çizim Hakkında.	32
2.2.1.4. Yorumlar	33
<i>Neugebauer</i> ’in Problem 48’de Önceki Yorumculardan Farkı!	33
<i>Neugebauer</i> ’in Gözleri!	34
Notasyonlar Hakkında	34
Geometrik Dönüşümler: Dik üçgenleri, sekizgeni ve daireyi karelemek!	35
2.3. Problem 50’deki Sayısal Gözlemlerim ve Metot.....	36
Problem 50	36
Asıl Sayısal Gözlemlerim.....	38
<i>Petrie, Smyth</i> ’ı Adım Adım Takip Eder!.....	38
Firavun 3. Amenemhat İçin Metot.....	40
2.3.1. Problem 50 İçin Diğer Yaklaşım Metotları.....	42
1. Yaklaşım Metodu	42
<i>Eisenlohr</i> ’dan Kritik Bir Tespit!	44
Eski Yunan’da Sayı Sistemi.....	45
<i>Heron</i> ’da Kesirler.....	45
<i>Neugebauer</i> ’in Yöntemine Bir Katkı.....	45
Kara Şahin düştü: <i>Arşimet</i> ’in Önerme 2’si Problem 48’den elde edilmiştir!	46
2. Yaklaşım Metodu: Mısırlı İşi	47
Mısırlı İşi: 3. Amenemhat ’ın Piramiti’ndeki Soygun!	49
Yunan İşi	50
3. Yaklaşım Metodu	51
Teorem 2.1	51
4. Yaklaşım Metodu (Önerme 1)	53
§ 3. Moskova Matematik Papirüsü Problem 10.....	54
MMP 10	54
Dairenin Çevresi	57
Alan Formülünden Çıkan Sonuçlar.....	58
I. <i>Arşimet</i> ’in Önergeleri.....	58
Silindirin Yanal Yüzey Alanının Hesabı	60
Dikdörtgenin Alanının Dik Üçgene Göre Bulunması.....	60
Şah Mat!	60
<i>Dosithues</i> kimdir?	60
“Ben, Atatürk ’ün çakmak çakmak gözlerinde emperyalizmin ışığının söndüğünü gördüm!”	62
II. Sepetin Tanımı	63
Hekat Hesapları.....	63
Eski Mısır’daki Kovalar, Seramikler, Sepetler	65

İçindekiler

Toruna 'kurucu dede' estetiği	65
III. Formül Hakkında.....	65
Luca Miatelleo 'nun Makalesi Hakkında.....	66
IV. Bir Sunak ve Havuzdan Ötesi.....	69
1. Kürenin Alanı	70
2. Kürenin Hacmi.....	70
V. Büyük Piramit'teki Alan Formülü.....	70
1. Teori: Herodot 'un ϕ Teorisi, M.Ö. 450	70
2. Teori: Taylor 'un Π Teorisi, 1859	71
Taylor , 3.144 oranını nasıl keşfetti?	71
Çağlar boyunca piramitin tabanlarının ölçümünde yapılan hata!	72
Smyth geliyor!.....	72
Π tam olarak hiçbir yapıya işlenemez!	73
Taylor 'dan sonra!.....	73
Taylor 'un Π Teorisine Bir Katkı: Hemon 'un Başyapıtındaki Π İçin Unutulmuş Metot, 2004	73
Hemon 'un Dizisi	74
§ 4. Büyük Piramit'in Geometrisindeki Babil ve Mısır Π 'leri.	75
4.1. RMP 50'ye Göre Dairenin Karelenmesi.....	75
4.2. Büyük Piramit.....	75
4.2.1. Mısır Π 'si.....	76
4.2.2. Babil Π 'si.....	77

§ 1. Eski Babilonya'da II

1.1. Tarihçesi. **Herman C. Schepler**, “*The Chronology of PI, Mathematics Magazine, Vol. 23, No. 4, Mar. / Nisan 1950, s. 216-228*” adlı makalesinde o dönemde Babil’deki π yaklaşımları hakkındaki bilgilerimizin kapsamını şöyle özetlemiştir (Bkz. “[Pi: A Source Book 3. Baskı, Springer 2003](#)”, S. 282-305 (PDF’de 301-324)’te yeniden basılmıştır): “*Babilliler, Hindular ve Çinliler 3 değerini kullanmışlardır. İbranilerin bu değeri Semitlerden (Babilli selefleri) almış olması muhtemeldir. Babil silindirlerinde (M.Ö. 1600-2300) π değeri için henüz kesin bir ifade bulunamamıştır*”.

Petr Beckmann, “[A History of \$\pi\$, Dorset Press, New York, 1976](#)” kitabının 21. sayfasında (ki “[A History of \$\pi\$, New York: Martin’s Press 1971](#)” ilk baskısında da aynı sayfada) 1936’da Babil’den yaklaşık 200 mil (322 km) uzakta bulunan ([Susa](#)’da, şimdi İran’daki Huzistan’da keşfedilen eski Babil dönemine ait bir grup tablet içindeki) tabletin çevirisinin 1950 yılına kadar yayınlanmadığını ve π ’nin değerini bir 6-genli çevreleyen çemberde 60 tabanlı kesir olarak şu şekilde verir: $\frac{3}{\pi} = \frac{57}{60} + \frac{36}{60^2}$. Bu da $\pi = 3\frac{1}{8}$ sonucunu verir. **Alfred S. Posamentier** ve **Ingmar Lehmann**, “ [\$\pi\$: A Biography of the World’s Most Mysterious Number, New York: Prometheus Books 2004](#)” kitabının 44. sayfasında aynı şekilde şöyle demiştir: “*Şimdi zamanda büyük bir sıçrama yaparak M.Ö. 2000’den yaklaşık M.Ö. 600’e kadar uzanan Babil dönemine geçiyoruz. 1936 yılında Susa’da (Babil’den çok uzak olmayan) bazı matematik tabletleri ortaya çıkarıldı. Bunlardan biri, düzgün bir 6-genin çevresini, onu çevreleyen çemberin çevresiyle karşılaştırmaktadır. Bunu yapma biçimleri, günümüz matematikçilerinin Babillilerin π için $3\frac{1}{8} = 3.125$ yaklaşımını kullandıkları sonucuna varmalarına yol açmıştır*”.

Bu, son yıllarda Babillilerin π ’ye yaklaşımları hakkında yeni bir bilginin gün ışığına çıkmadığının oldukça iyi bir göstergesi gibi görünüyor. **Kazuo Muroi**, “[Sümer’de \$\pi = 3\frac{1}{8}\$ ’in en eski örneği: Dairesel bir arazinin alanının hesaplanması, arXiv preprint, 2016](#)” adlı makalesinde bir dairenin A alanının $\frac{1}{4}$ çevresine göre hesaplanmasında $\pi \cong 3$ için $A = \frac{C^2}{4\pi} \cong 0;5\frac{1}{2}$ ve $\pi \cong 3\frac{1}{8}$ için $A = \frac{C^2}{4\pi} \cong 0;4,48\frac{1}{2}$ şeklinde π ’ye her 2 yaklaşımın örtük kullanımı için Babil kaynaklarından belirli örneklerin mevcut olduğunu belirterek şöyle diyor: “*Matematiksel problemlerde ilk formüle sıkça rastlanırken, ikincisine şimdiye kadar sadece bir kez, silindirik bir kütüğün hacmiyle ilgili bir problemde rastlanmıştır*”. **Muroi**, Babillilerin π için daha doğru yaklaşımlar biliyor olabileceklerini, ancak bunların 60 tabanlı kesir olarak yazılamadıkları için kullanılmadıklarını düşünmektedir.

Hımmm, fırsat kokusu alıyorum. Yani şu soruyu yanıtlamam gerekiyor!

$\pi = 3$ Eski Ahit’e nasıl girdi?

Yahudiler tarafından M.Ö. 550 civarında derlenen Eski Ahit’teki 1. Krallar’daki [7:23](#) ve 2. Tarihler’deki [4:2](#) ayetlerindeki π için Eski Babil’de okul tabletlerinde $\pi = 3$ ve hassas hesaplamalarda $\pi = 3\frac{1}{8} = 3.125$ değerleri kullanılırken Eski Mısır’da $\pi = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = 3\frac{13}{81} = 3.160493827...$ değeri kullanılıyordu (Bkz. “[A Brief History of Pi](#)”. Linkteki Resim 1.1’deki tablet, Eski Babilonya dönemine ait YBC 7302 no’lu tablettir. Bkz. “[Matematiksel Çiviyazı Metinleri \(Mathematical Cuneiform Texts\), New Haven, 1945](#)”, [S. 44](#). Bu tablette $\pi = 3$ kullanılmıştır).

Anılan ayetler şöyledir (Bkz. “[IV. Bir Sunak ve Havuzdan Ötesi](#)”):

[7:23](#). **Hiram** dökme tunçtan 10 Arşın (Kübit) çapında, 5 Arşın (Kübit) derinliğinde, çevresi 30 Arşın (Kübit) yuvarlak bir havuz yaptı.

[4:2](#). Dökme tunçtan 10 Arşın (Kübit) çapında, 5 Arşın (Kübit) derinliğinde, çevresi 30 Arşın (Kübit) yuvarlak bir havuz yaptırdı.

Burada **Ali Nesin**’in, “*Kutsal Kitap’ın ‘Krallar Kitabı’ bölümü yaklaşık M.Ö. 550’de Eski Yahudiler tarafından derlenmişti. O tarihte π sayısı çok daha hassas biçimde biliniyordu, ama Yahudi derleyiciler bunu bilmiyordu. Buradan da din adamlarıyla matematikçilerin bu tarihte artık eskiden olduğu gibi aynı kişiler olmadığı sonucuna varabiliriz*” çıkarımı oldukça dikkat çeker (Bkz. “[Kim Korkar Matematikten?](#)”, S. 47). Çünkü o tarihte π için $3\frac{1}{8}$ ve $3\frac{13}{81}$ değerleri de mevcuttu ama Yahudi derleyiciler bunları bilmiyordu. Eğer Yahudi derleyiciler, bu hassas değerleri bilseler ve ortalamasını alsalardı $\pi < 96 \tan \frac{\pi}{96} < \frac{1}{2} \left(3\frac{1}{8} + 3\frac{13}{81} \right) < 3\frac{185}{362} = 3.142746913 ... < 3\frac{1}{7}$ ile **Arşimet**’in peşinde koşacaklarına, ondan 300 yıl önce daha iyi bir yaklaşımda bulunmuş olacaktı. Bu nedenle medeniyeti temsil eden matematikçiler din sınıfından ayrılmak zorunda kaldılar. İşte **Aziz Nesin**, “[Medeniyet gibisi var mı!](#)” derken bunu kastediyordu!

1. Krallar ve 2. Tarihler’in kapsadığı dönemler

Yukarıdaki ayetlerdeki “[1. Krallar](#)” kitabı **Hz. Süleyman**’ın İsrail kralı olmasından krallığın kuzey (İsrail) ve güney (Yahuda) olarak ikiye bölünmesiyle 9. yüzyılın ortalarına kadar bu krallıkları yöneten kralların tarihini içerirken (ki “[2. Krallar](#)” kitabı bu kitabın devamı olarak M.Ö. 9. yüzyılın ortalarındaki Samiriye’nin düşüşünden kuzey krallığındaki halkın (İsrail) M.Ö. 722’de Asur’a sürgün edilmesine ve güney krallığında (Yahuda) kuzey krallığın yıkılışından Babil kralı **Nebukadnezar**’ın M.Ö. 586’da Yeruslaim’i (Kudüs) ele geçirip yıkması ve Yahuda halkını Babil’e sürgün etmesine kadar dönemleri kapsar), ilkinin devamı olan “[2. Tarihler](#)” kitabı **Hz. Süleyman**’dan Pers kralı **Koreş**’in ([II. Kiros](#)), ki [M.Ö. 29 Ekim 539](#)’da Babil şehrine girmişti, Yahudilerin Babil’den Yeruslaim’e dönme-lerine izin vermesine kadar olan dönemi kapsar (Y.N. [David Koresh](#) Teksas’ta sorunlu bir çocuk **Vernon Howell** olarak doğdu. Buradaki “**David**” açıkça İncil’deki kralın 2.0 versiyonu olduğunu iddia ettiği kraldan aşırılmıştı ve “**Koresh**” soyadı da bir başka antik kral olan [Cyrus](#) adının Arapça “[Kureys](#)” versiyonundan geliyordu).

II ayetleri Ölü Deniz Parşömenleri’nde yok!

Fakat M.Ö. 550 civarında derlenen Eski Ahit’teki 1. Krallar’daki [7:23](#) ayeti Kumran yazıtlarındaki “[4Q54 Kings](#)” parçasında 21’den 25’e kadar olan ayetler eksik olduğundan mevcut değildir (bkz. “[İncil’deki Pi](#)”. Hristiyanlar π için Eski Ahit’te sadece 1. Krallar’daki [7:23](#) ayetinin mevcut olduğunu zannederler. Oysa bu ayetin dualitesi 2. Tarihler’deki [4:2](#)’de vardır) ve 2. Tarihler’deki [4:2](#) ayeti de mevcut değildir. Çünkü elimizde sadece “[4Q118 Chronicles](#)” parçası vardır!

İşte Eski Ahit bu yıkıntıların üzerinde M.Ö. 550’lerde (ki bu tarih 2. Tarihler’deki [4:2](#) nedeniyle M.Ö. 539’un gerisine çekilmektedir) tekrar derlendi (“**Büyük Derleme**”) ve bu sırada $\pi = 3$ değeri Babil’den alınarak anılan ayetlere yazıldı. Bu durum “[Büyük Açık \(The Big Short\)](#)” filmindeki bir sahnede kendisini şöyle gösterir: **Mark Baum** çocukken Yeşiva (Yeshiva)’da Talmud’ta üstün bir başarı göstermiş ama bir gün Haham annesine durumu anlatınca fırtına kopmuş (Bkz. “[Transcript](#)”):



Resim 1.1. Soldaki **Mark** ve oldukça sinirli görünüyor, sağdaki kardeşi **Paul** dur. Bkz. [The Big Short-Mark Baum-Steve Carell x Marisa Tomei, 2:16.](#)

Haham: “**Paul** iyi bir çocuk ve **Mark** da Tevrat ve Talmud’da kusursuz bir öğrenci”

Annesi: “Peki sorun nedir Haham?”

Haham: “**Mark**’ın çok çalışmasının sebebi... Tanrının sözlerinde tutarsızlıklar bulmaya çalışıyor”

Annesi: “Bulabildi mi peki?”

Eski Ahit’teki π ’yi çözebilmek için Eski Babil’e gitmek gerekiyor!

M.Ö. 2000’lerde eski Babilliler, okul tabletlerinde $\pi \cong 3$ ve hassas hesaplamalarda $\pi \cong 3; 7,30 = 3 + \frac{7}{60} + \frac{30}{60^2} = 3\frac{1}{8} = 3.125$ değerlerini kullanıyorlardı. Bunlardan ilki Babil kralı **II. Nabukadnezar**’ın M.Ö. 586’da Kudüs’ü işgal ettikten sonra [İsrailiileri Babil’e sürgün etmesi](#) nedeniyle (ki içlerinde rüya yorumcusu **Daniel** peygamber de vardı. O, **Nabukadnezar**’ın sarayının Kudüs tarafındaki pencerelerden birinde kendisini kurtarması için Tanrıya dua ediyordu. Bkz. [6:10](#)) M.Ö. 550’lerde Eski Ahit yeniden derlenirken 1. Krallar’daki [7:23](#) ve 2. Tarihler’deki [4:2](#) ayetlerine **Hiram** ustanın kral **Süleyman**’ın sarayına dökme tunçtan yaptığı silindirik havuza işlenerek yazıldı. Şöyle ki, içi boş silindirik havuzun çapı $R = 10$ Arşın ve çevresi $\zeta = 30$ Arşın olduğundan $\pi = \frac{\zeta}{R} \cong \frac{30 \text{ Arşın}}{10 \text{ Arşın}} = 3$ elde edilir (Bkz. Daha fazla bilgi için “[IV. Bir Sunak ve Havuzdan Ötesi](#)”). Bu değer aşağıdaki Resim 1.2’de eski Babil döneminden kalma okul tabletinde mevcuttur. Muhtemelen “[Büyük Açık \(The Big Short\)](#)” filminde Talmudta üstün bir başarı gösterdiği belirtilen **Mark Baum** bu durumu sezinlemiş ve Eski Ahit’in Tanrının sözlerinden çok insan yazması olduğunu fark etmiş olmalı!

Şimdi eski Babilonya’da π için kullanılan 3 (ki bu arada Eski Ahit’teki π ’nin de nereden ve nasıl geldiğini en açık şekilde öğrenmiş olacaksınız) ve $3\frac{1}{8}$ değerlerine ilişkin 20 sayfalık tarihsel bir yolculuk yapacağız. Bu yolculuğa ilkin kritik bir dönemeçte duran **Neugebauer** ile başlayacağız!

Kritik Bir Dönemeç: Neugebauer

Neugebauer, ilkin **Sachs** ile birlikte yazdıkları “[Matematiksel Çiviyazı Metinleri \(Mathematical Cuneiform Texts\), New Haven, 1945](#)” kitabında Babil tabletlerini çevirileriyle birlikte yayımlarlarken yukarıda anılan Susa tabletinin varlığından haberdar değildiler. Onlar 44. sayfadaki [YBC 7302](#) ve [YBC 11120](#) no’lu tabletlere göre eski Babil döneminde sadece $\pi = 3$ değerinin kullanılmış olduğunu zannediyorlardı. Çünkü **Neugebauer**, A dairenin alanı ve ζ çevresi olmak üzere

$$\frac{A}{\zeta^2} = \frac{\pi r^2}{(2\pi r)^2} = \frac{1}{4\pi} \Rightarrow A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2$$

eşitliklerinden

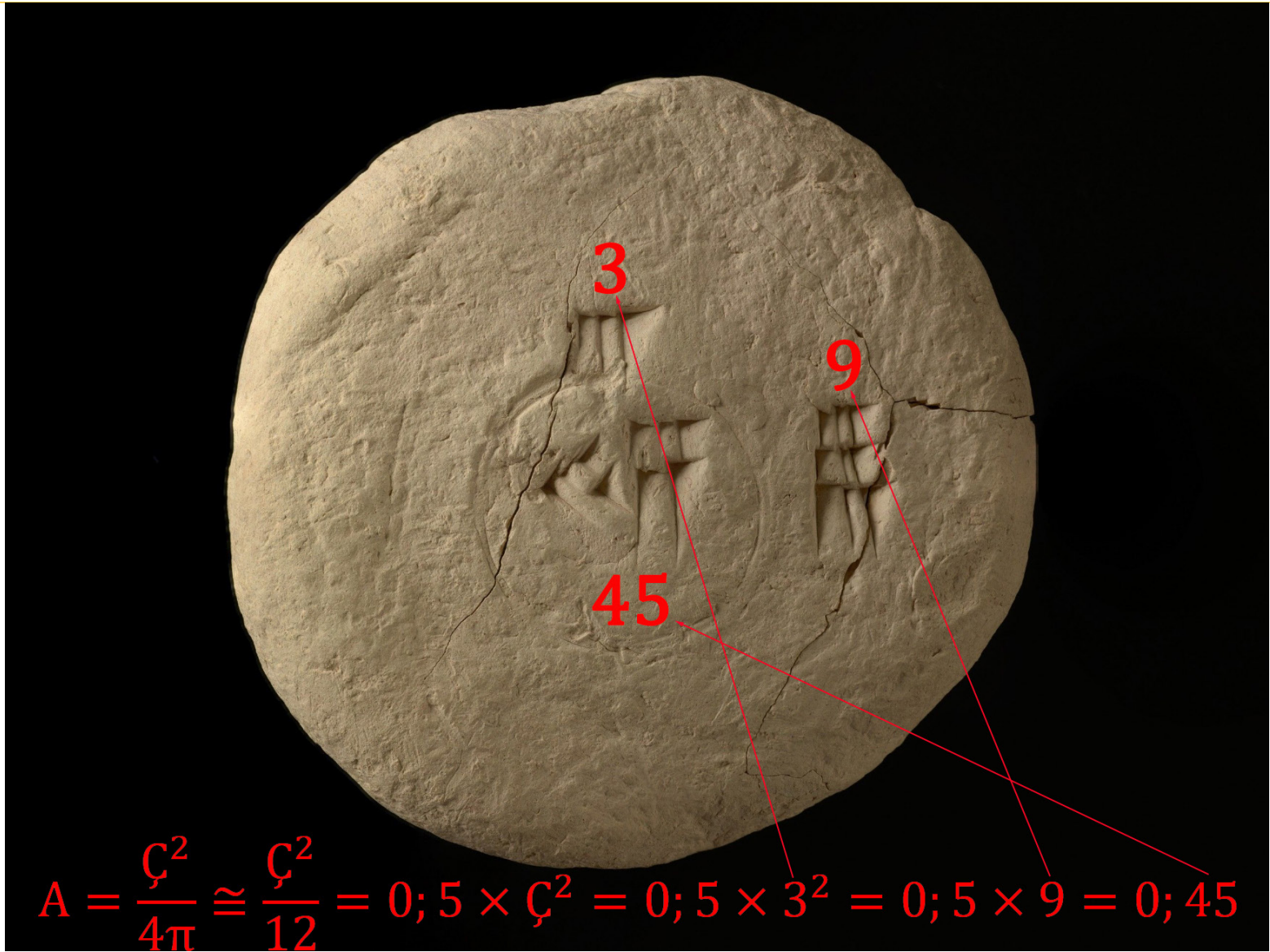
$$(1.1) \quad A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2$$

formülünü çıkartmıştı ama π sabiti Okul Tabletleri’nde 3 (ki **Sachs** bu değeri eski Ahit’ten biliyordu) ve hassas hesaplamalarda 3;7,30 olarak alınıyordu!

1. $\pi = 3$ ise: **Neugebauer** anılan kitabın “[c. Circle](#)” başlığı altında 2 tane örnek verir. İlk dairesel bir tablet olan [YBC 7302](#)’de dairenin çevresi dairenin üzerinde $\zeta = 3$ Nindan olarak verilir ki buradan $\zeta^2 = 3^2 = 9$ Şar elde edilir ve bu da dairenin sağ tarafına yazılmıştır. Şimdi bunu dairenin katsayısı olan $\frac{1}{4\pi} \cong \frac{1}{4.3} = \frac{1}{12} = \frac{5}{60} = 0; 5$ ile çarparsak $0; 5 \times 9 = 0; 45$ elde edilir ki dairenin alanı $A = 0; 45$ Şar olur ve bu da dairenin içinde (sıfır için herhangi bir sembol kullanılmadığından) 45 olarak yazılıdır. Tüm bu işlemler **Neugebauer** tarafından [Şekil 6](#)’nın altında şu şekilde verilmiştir:

$$(1.2) \quad A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2 \cong \frac{1}{4.3} \cdot \zeta^2 = \frac{1}{\underset{(5)}{12}} \cdot \zeta^2 = \frac{5}{60} \cdot \zeta^2 = 0; 5. \zeta^2 = 0; 5. 3^2 = 0; 5. 9 = 0; 45.$$

Bu nedenle **Neugebauer**’in okuduğu tablet ve çözülmüş şekli şöyledir:



Resim 1.2. Yale Babilonya Koleksiyonu'ndan [YBC 7302](#) no'lu tablet. Bkz. [Tam boyuttaki çözümlenmiş şekli](#). Tablette bir çift çizgiyle daire çizilmiş, dairenin çevresi $\zeta = 3$ verilmiş, çevrenin karesi $\zeta^2 = 3^2 = 9$ sayısı dairenin sağ tarafına ve alanı da dairenin içine 45 olarak yazılmıştır.



Resim 1.3. [Otto Neugebauer \(1899-1990\)](#), “[Nazi Almanyası'ndan Kaçan Matematikçiler](#)” adlı kitabın girişindeki listede Nazi Almanyası'ndan kaçan 32. isimdir. Yukarıdaki resim [Neugebauer](#)'in bulabildiğim en genç ikinci resmidir. Ama aynı şeyi [Werner Romberg](#)'de, hiç olmazsa Nazi Almanyası dönemine ait, bulamadım!

Ben tam bu satırları bunalımlı olarak yazarken öğlen saat 12'ye doğru (17.01.2018) [Bild](#)'te ne var ne yok diye bakarken üst bantta [Oskar Gröning](#)'in resmi ve yürüyen yazıyla bir haber geçiyordu: “[Es-SS-Mann Gröning muss in Haft \(SS adamı Gröning hapsedildi\)](#)”. Hemen bu haberin üzerine tıkladım ve amcam 96 yaşında ama “ben hala ayakta’yım!” diyordu. [Ayakta zar zor duruyordu](#) ama gözlerinden ışıklar saçıyor, derhal kendimden utandım ve Romberg İntegrali Projesi'ne kaldığım yerden devam ettim!

İkinci olarak dikdörtgen şeklindeki [YBC 11120](#) no'lu tablette daire alanı için verilen veri ve işlem sonuçları [YBC 7302](#)'deki gibidir. Ama bu sefer dairenin çevresi $\zeta = 1;30$ Nandan olmak üzere alanı [Neugebauer](#) tarafından [Şekil 7](#)'nin altında

$$(1.3) \quad A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2 \cong 0;5.\zeta^2 = 0;5.1;30^2 = 0;5.2;15 = 0;11,15 \text{ Şar}$$

olarak veriliyor. Burada yine sıfır sembolünün olmaması nedeniyle 0;11,15 sayısı başında sıfır olmadan yazılmıştır tablete!

Üçüncü olarak [IM 121512](#) no'lu tabletin § 1b bölümünde dairenin alanı $A = 8;20$ Şar verilmiş ve dairenin çevresi 6 eşit yay parçasına bölünmüş olup bunlardan birinin uzunluğu soruluyor.

Çözüm. Bu problemin çözümü “[New Mathematical Cuneiform Texts/6.3 IM 121512. A Large Recombination Text with Metric Algebras Problems for Circles and Semicircles](#)”da (PDF’de 267. sayfadaki IM 12512 § 1b metninin altında) geçer ama orada $r = 6a$ için $A = 0;5.a^2$ yerine $A = 0;5.r^2$ yazılması gerekirdi (ki bu hata hemen her kitapta görülen ve bir dalgalılık sonucunda ortaya çıkan basit bir hatadır). Çünkü (1.1)’den dairenin çevresini

$$\zeta^2 = 4\pi \cdot A \cong 12 \times 8;20 = 1,40 (= 100 = 10^2) \Rightarrow \zeta = 10 \text{ Nandan} \quad (1.4)$$

olarak elde ettikten sonra dairenin çevresi 6 eşit yaya bölündüğünden bir parça yayın uzunluğunu

$$6a = \zeta = 10 \text{ Nandan} \Rightarrow a = 0;10 \times 10 = 1;40 \text{ Nandan} \quad (1.5)$$

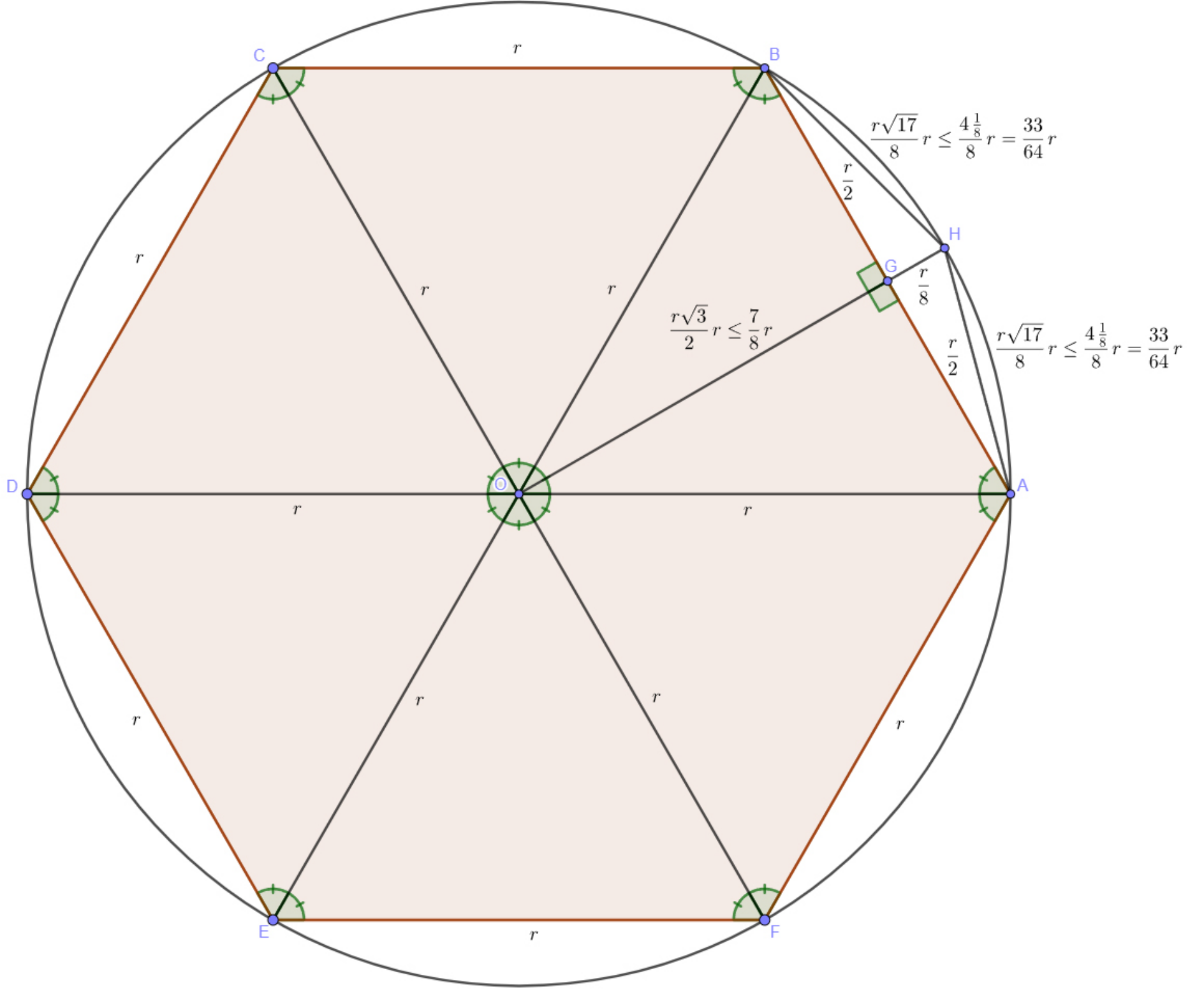
olarak bulmuş oluruz.

Not 1.1. [IM 121512](#) no'lu tabletin ([çeviriyazısı](#)) § 1a bölümünün tamamına yakını hasarlıdır, dolayısıyla okunabilen kısımlardan problemi çıkartmak mümkün değildir. Ama § 1c, d, e, f, g, h, i, j bölümlerinden diğer problemlere erişebilirsiniz (Bkz. “[New Mathematical Cuneiform Texts 2017](#)”, S. 252-253). Ayrıca [Neugebauer](#)'in tabletlerden çıkarttığı diğer örnekleri “[Grup 3: Daireler](#)” parçasındaki tabloda bulabilirsiniz.

Şimdi yukarıdaki tabletlerde geçen $\pi = 3$ değerinin nasıl elde edildiğini anlatayım. Bu değer bir çemberin içine çizilen düzgün 6-genin çevresinden (ya da düzgün 12-genin alanından) elde edilir ve düzgün 12-genin çevresi için de eski Babilliler gibi bir yaklaşımda bulunabiliriz.

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

Problemın Çözümü. (1.1)’deki π aşağıdaki şekilde bir çemberin içine çizilmiş düzgün 6-genin çevresinin çemberin çevresine yakın olmasından elde edilir:



Şekil 1.1. Merkezi O ve yarıçapı r olan çemberin içine çizilmiş düzgün kırışlar 6-genı. Buna göre düzgün 6-gen 6 eşkenar üçgene ayrıldığından bir kenarı çemberin yarıçapı r’ye eşit olur ve böylece düzgün 6-genin çevresi çemberin çevresine $6r = \zeta_6 \lesssim \zeta = 2\pi r$ şeklinde yakın olduğundan ilk yaklaşık değer $3 \lesssim \pi$ olarak elde edilir. Örnek vermek gerekirse İsrail bayrağındaki Davut yıldızı ve 7 kollu şamdan olarak bilinen Menora bu şekilden gelir! (Bkz. “[Genelleştirilmiş Napolyon Teoremi](#)”. Daha fazla bilgi için [RİK 3](#)’teki S. 3-4’teki “[Arşimet’in İntegral Hesapları ve Napolyon Amcamı](#)!” parçasına bakınız).

Bununla birlikte şekilde $[AB]$ kenarını $[AH]$ ve $[HB]$ şeklinde 2 eşit parçaya bölerek düzgün 6-genı 12-gene çıkarttım ve tabletlerde geçen $\sqrt{3} \lesssim 1;45 = 1 + \frac{45}{60} = 1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ yaklaşık değerine göre bu düzgün 12-genin bir kenarının uzunluğunun $|AH| = |HB| = \frac{33}{64}r \gtrsim r\sqrt{2-\sqrt{3}}$ olduğunu gösterdim. Bu durumda düzgün 12-genin çevresinin $\zeta_6 = 6\frac{3}{16}r = 12\frac{33}{64}r = \zeta_{12} \lesssim 12\sqrt{2-\sqrt{3}}r = \sin\frac{2\pi}{24} \lesssim \zeta = 2\pi r$ şeklinde çemberin çevresine yakın olmasından $3\frac{3}{32} \lesssim \pi$ değeri elde edilir. Fakat $3\frac{3}{32} = 3;5,37,30$ değeri düzgün sayılar nedeniyle olduğu gibi alınamaz. Yani pay ve paydası birer düzgün sayı olan ve bu değerden küçük olan bir $p = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c < 2^{-5} \cdot 3^2 \cdot 11$ (a, b ve c tam sayılar) değerinin alınması gerekiyor. Bu araştırma yapılır ve eğer böyle bir p değeri varsa alınır. Fakat burada $3 = \frac{96}{32} < 3\frac{3}{32} = \frac{99}{32} < \frac{100}{32} = 3\frac{1}{8}$ sıralaması dikkat çeker ve üst sınır alınamaz. Neden?

Çünkü şekildeki düzgün 6-gen 6 eş eşkenar üçgenden oluşmakta ve her birinin bir kenarı r olduğundan $\zeta_6 = 6r$ ve çemberin çevresi de $\zeta = 2\pi r$ olduğundan

$$6r = \zeta_6 \lesssim \zeta = 2\pi r \Rightarrow 3 \lesssim \pi$$

yaklaşımına göre π için

$$(1.6) \quad \pi \cong 3$$

değeri elde edilmektedir (Bkz. “[On the Ancient Babylonian Value for Pi](#)”. Burada şu belgeselin mutlaka izlenmesi gerekiyor: “[Krallar: Babil’den Bağdat’a Doğru](#)”). Bu, eski Babil okul tabletlerinde geçen değer olmakla birlikte *Arşimet*’in ilk hesapta π ’nin alt sınırı olarak $P_0 = 3$ verdiği değerdir (Bkz. “[Önerme 3](#)”, S. 23’teki tablo). Eski Yahudiler bu değeri M.Ö. 550’lerde eski Ahit’i derlerken 1. Krallar’daki [7:23](#) ve 2. Tarihler’deki [4:2](#) ayetlerine koydular. Örneğin π [7:23](#)’te *Hiram* ustanın kral *Süleyman*’ın sarayına dökme tunçtan yaptığı silindirik havuza şöyle işlenmiştir: İçi boş silindirik havuzun çapı $R = 10$ Arşın ve çevresi $\zeta = 30$ Arşın olduğundan $\pi = \frac{\zeta}{R} \cong \frac{30}{10} = 3$ elde edilir (Daha fazla bilgi için “[IV. Bir Sunak ve Havuzdan Ötesi](#)”ne bakınız). Dolayısıyla bu değer eski Babil dönemin-den kalma okul tabletlerinde mevcut olup eski Ahit’e oradan geçmiştir!

Bölüm 1: Eski Babilonya'da II

2. $\pi = 3; 7, 30$ ise: **Kazuo Muroi**'ye göre bu hassas yaklaşık değer Sümer döneminde de mevcut idi (Bkz. "[The oldest example of \$\pi \approx 3;7,30\$ in Sumer: Calculation of the area of a circular plot](#)"). 1903'te **F. Thureau-Dangin** tarafından bir şehir arazisi planının parçasının detayları yayımlandı. Tablet **Büyük Sargon (1. Sargon)** döneminden kalma bir Sümer şehri olan Girsu harabelerinde yapılan kazılarda bulundu ve onlar yayınlayana kadar da hiç kimsenin bundan haberi olmadı. Bu dairesel tablette çapı 3;1,40 Nindan olan dairenin alanının 7;10 Šar olduğu yazıyordu.

Çok ilginçtir, **Neugebauer-Sachs**'ın eline π 'nin bu ikinci değeriyle ilgili bir problem metni (tablet) geçmiş olsaydı, onu (çevirisi ve mümkünse çözümünü birlikte) yayımlamaktan büyük bir zevk duyarlardı. Fakat onların eline "**Matematiksel Katsayılar Listesi**"ni veren **YBC 5022** no'lu bir tablet geçti ve orada dairenin katsayısı için 4,48 yani 0;4,48 yazıyordu ve bu (1.1)'e göre şu şekilde ifade ediliyordu:

$$(1.7) \quad \frac{A}{\zeta^2} = \frac{\pi r^2}{(2\pi r)^2} = \frac{1}{4\pi} \cong 0; 4,48 \Rightarrow A \cong 0; 4,48\zeta^2.$$

Bu katsayı **YBC 5022** no'lu tabletin 58. satırında, **YBC 7243** no'lu tabletin 35. satırında ve **YBC 8600** no'lu tabletin önyüzündeki 4. ve kenarındaki 1. satırlarında geçer (Bkz. " [\$\pi\$ en el periodo babilónico](#)", S. 11). **Neugebauer** bunun önemine 1945'teki ilk kitabında değil ama 2. kitabında farkına varabildi!

Çünkü **Neugebauer**, "[Antik Çağ'da Tam Bilimler \(The Exact Sciences In Antiquity\)](#)" adlı 2. kitabının 46-48. sayfalarında şunları söylüyordu:

"24 a. El yazmasının tamamlanmasından sonra, eski Babil dönemi matematiği hakkındaki bilgilerimize çok önemli katkılarda bulundukları için burada bahsedilmesi gereken yeni keşifler yapılmıştır. 1936 yılında Fransız arkeologlar tarafından Babil'in 200 mil doğusundaki antik Elam'ın başkenti Susa'da bir grup matematik tableti kazıldı. Bir ön rapor 1950 yılında **E. M. Bruins** tarafından Amsterdam Akademisi Bildirileri'nde yayınlanmıştır ve aşağıdaki açıklamalar bu ön yayına dayanmaktadır, ancak ben kendimi sadece en önemli sonuçlarla sınırlandırıyorum. Metinlerin kendileri, keşfedilmelerinin üzerinden 20 yıldan fazla bir süre (25 yıl) geçmesine rağmen hâlâ yayımlanmamıştır.

Ana katkı geometri yönünde yatmaktadır. Bir tablet, kenarları 50, 50 ve 60 olan bir ikizkenar üçgeni çevreleyen bir dairenin r yarıçapını hesaplar (sonuç $r = 31; 15$). Başka bir tablet düzgün 6-genini verir ve bundan $\sqrt{3} \cong 1; 45$ yaklaşımı çıkarılabilir. Ancak asıl ilgi çekici olan, yukarıda bahsedilenlere benzer yeni bir katsayı listesi veren bir tablettir, S. 45. Bu yeni liste, diğerlerinin yanı sıra, eşkenar üçgen (yukarıdaki $\sqrt{3} \cong 1; 45$ yaklaşımını doğrulayan), kare ($\sqrt{2} \cong 1; 25$) ve düzgün 5-gen, 6-gen, 7-gen ve daire ile ilgili katsayıları içermektedir. Eğer A_n alanı, s_n ise düzgün bir n -genin bir kenarını gösteriyorsa, listede bulunan katsayıları aşağıdaki gibi açıklayabiliriz:

$$\begin{aligned} A_5 &= 1; 40s_5^2, \\ A_6 &= 2; 37,30s_6^2, \\ A_7 &= 3; 41s_7^2. \end{aligned}$$

Ayrıca, c_6 'yı düzgün 6-genin çevresi, c 'yi dairenin çevresi olarak adlandıırırsak, metinde şu ifade yer alır:

$$c_6 = 0; 57,36. c.$$

Çünkü $c_6 = \frac{3}{\pi} c$ olduğundan, son katsayı aşağıdaki yaklaşımı ifade eder:

$$\pi \cong 3; 7,30 = 3\frac{1}{8}.$$

Böylece, düzgün 6-genin çevresinin daire ile karşılaştırılmasının π 'ye 3'ten daha iyi bir yaklaşıma yol açmış olması gerektiği yönündeki beklentim nihayet doğrulanmış oldu.

A_5, A_6 ve A_7 bağıntıları, Babil matematik metinlerinin deşifre edilmesinden bu yana Yunan öncesi matematikle yakın ilişkisi açıkça ortaya çıkan **Heron**'un [Metrica](#)'sındaki XVIII'den XX'e kadar olan eserinde düzgün çokgenin ele alınışına mükemmel bir şekilde uymaktadır.

Susa tabletleri, Mezopotamya'daki çağdaş eski Babil kaynaklarından bildiklerimizi başka birçok açıdan da desteklemekte ve doğrulamaktadır. Örneklerden biri, bir üçgenin benzer bir üçgene ve bir yamuğa bölünmesiyle ilgilidir, öyle ki kısmi kenarların ve kısmi alanların çarpımı, küçük üçgenin hipotenüsü bilinirken, verilen değerlerdir. Bu, alanların ve uzunlukların toplamlarını ya da alanların çarpımını içeren benzer problemlerin yeni bir çeşididir. Susa'daki tabletlerden biri 8. dereceden özel bir problemi bile ima etmektedir, oysa şimdiye kadar Babil materyalinde sadece 6. derece temsil edilmişti. Yeni problem, köşegeni d olan bir dikdörtgenin x ve y kenarlarının bulunmasını gerektirmektedir, öyle ki $xy = 20,0$ ve $x^3 \cdot d = 14,48,53,20$ olsun. Bu, $a = 20,0$ ve $b = 14,48,53,20$ katsayılarına göre x^4 için 2. dereceden bir denkleme eşdeğerdir:

$$x^8 + a^2x^4 = b^2.$$

Metin, bu denklemin $x^4 = 11,51,6,40$ ile sonuçlanan ve son olarak $x = 40$ ve $y = 30$ 'a götüren adım adım çözümünü vermeye devam eder."

Ne ilginçtir ki, burada söz konusu olan 0;4,48 değeri tahıl ambarı olarak kullanılan silindir şeklindeki siloların çevresinin kalınlığı olup, [Resim 3.8](#)'deki ekmek yapmak için de kullanılan çanak-çömleklerin bulunduğu kayıp şehir Giza'da piramit yapımcılarının beslenmesinde kullanılmış silindirik silolar da keşfedilmişti (Bkz. "[Hearts and depressions](#)"). Firavun **KHUFU** Büyük Piramit'in yapımı sırasında piramitin güneydoğusunda piramit işçileri için mükemmel bir konaklama yeri inşa ettirmişti ve piramit işçileri bu yapay şehirde yaşıyorlardı (Bkz. "[Kayıp Şehir Giza](#)", "[The Lost City of Giza & The Wall of The Crow](#)"). Örneğin piramit işçilerinin gün içindeki kestirmelerini "[AERAGRAM Cilt 6, Sayı 1](#)" makalesinin 4. sayfasında temsili olarak görebilirsiniz).

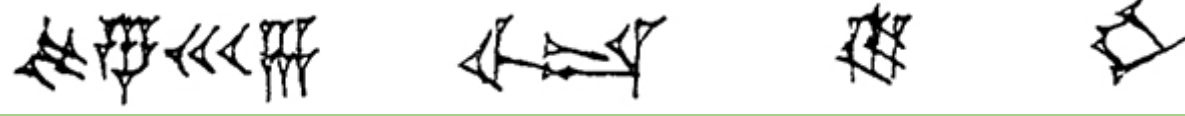
Şimdi **F. Thureau-Dangin** ikilisinin 1903'te Girsu harabelerinde keşfettiği tabletin çözümüne geçerek dairenin $R = 3; 1.40$ Nindan olan çapına göre çevresi (ki **Kazuo Muroi**, bunun silindirik bir silonun çevresi olduğuna inanır. Bkz. "[The oldest example of \$\pi \approx 3;7,30\$ in Sumer: Calculation of the area of a circular plot](#)" makalesinin sonundaki Şekil 2'ye)

$$(1.8) \quad \zeta = \pi R \cong 3; 7,30 \times 3; 1,40 = 9; 27,42,30 \text{ Nindan}$$

olup alanı (1.7)'den şu şekilde elde edilir (ki eğer bu hesabı gerçek π 'de yapsaydık 7;12,0,19,15,... yani kısacası 7;12 Şar bulmuş olacaktık):

$$(1.9) \quad A \cong 0; 4,48 \text{ } \dot{\text{C}}^2 = 0; 4,48 \times (9; 27,42,30 \text{ Nindan})^2 = 0; 4,48 \times 1,29; 31,32,45,6,15 = 7; 9,43,25,12,30 \cong 7; 10 \text{ Şar.}$$

1.2. Tablet Çevirisi. İşte *Neugebauer*'in, *Sachs* ile birlikte yukarıdaki anılan kitabı yazdığı sırada elinde mevcut olmayan biricik metin şu idi (Bkz. "[E.M. Bruins et M. Rutten: Textes mathématiques de Suse, \(Mémoires de la Mission archéologique en Iran. t. XXXIV\), Ed. P.Geuthner, Paris-1961](#)"):



Şekil 1.2. SATIR 30: 57,36 igi-gub şa SAR, [La mesure du cercle et l'approximation](#).

Bu metin 1961'de *E.M. Bruins* Susa Matematik Tabletleri'ni çevirirken ortaya çıktı. Söz konusu bu metinler "TMS" olarak adlandırılmıştır ve yukarıdaki metin [TMS 34-Tablet 1-Metin 3'ün 30. satırında](#)dır. M.Ö.1680'e tarihlenen bu metinde bir Katsayılar Tablosu verilmiştir. Bu nedenle bu metni veren kâtipin durumu Mısır'daki kâtip *Ahmes* ile aynıdır. Yani eski Babilonyalı kâtip bu metni eski bir tablettan kopyalamış görünür. Çünkü yukarıdaki metnin *Ahmes*'in verdiği kuraldan hiç farkı yoktur. Her ikisi de dairenin alanı için bir kural verir ama bu kuralların nasıl ortaya çıktığını açıklayamazlar. Çünkü bu kuralları keşfedenler kendileri değil onlardan önceki kâtiplerdir!

Şimdi metinde geçen kelimelerin en geniş tefsirini şöyle verebilirim:

1. Satır 30'un girişinde "57,36" yazar ama bu, "0;57,36" demektir.

Örneğin *Neugebauer*, [39-41](#) ve [43](#). sayfalarında spektaküler Plimpton 322 ve YBC 7289 no'lu tabletlerin çevirilerinde sıfırı hiç anmaz. Neden? Çünkü o, [39. sayfa](#)da şöyle der: "Sıfırlar özel bir işaretle gösterilmez, ama Satır 3 ve 15'te, sıfırın anıldığı yerlerde, bir boşluk oluşur; diğer taraftan, Satır 7, 8, 10 vs. sıfırın gerekliliği olmadığı yerlerde boşlukları gösterir". Fakat *Neugebauer* sıfırı gösterilmesinin zorunlu olduğu yerlerde gösterir. Örneğin [44. sayfa](#)daki YBC 7302 ve YBC 11120 no'lu tabletlerdeki dairelerin alanları için daire içindeki sayıları hesaplarda sıfırla başlatarak gösterir.

2. "igi-gub-ba" kelimesi için *Neugebauer*'in geniş açıklaması şöyledir (Bkz. [S. 132](#)):

"§ 9. Eski Babilonya Katsayılar Listesi

Giriş

Burada yayınlanan 2 liste, Ud ve Ue, kendi türlerinde keşfedilen ilk listelerdir.²⁹⁷ Bu listeler, belirli matematiksel problemleri çözmek için bilinmesi gereken çeşitli katsayıların değerlerini içermektedir. Her 2 listenin yapısı da aynıdır: Sol tarafta katsayının değeri, sağ tarafta ise katsayının uygulandığı nesne ya da şekil verilmiştir. Sadece Ud'de 1. satırda girişlerin niteliğini açıklayan bir başlık bulunmaktadır:

'igi-gub-ba': İşlemin gerçekleştirileceği şey.²⁹⁸ Igi-gub-ba kelimesi 'sabit (veya belirlenmiş) kesir' gibi bir anlama gelmektedir.²⁹⁹ Bu kavramın eski Babil matematiğindeki uygulamasının iyi bir örneği Oa problem metninde (s. 97) bulunur; burada belirli bir tuğla türünün v hacmi dolaylı olarak 0;0,0,41,40 hacim-SAR olarak verilir ve w ağırlığı (ma-na birimleri cinsinden) v'nin 12,0,0 ile çarpılmasıyla bulunur ki bu açıkça 'onun igi-gub-ba'sı' olarak adlandırılır. Burada igi-gub-ba, ma-na birimlerinde hesaplanan bir ağırlık ile hacim-SAR birimlerinde hesaplanan tuğla hacmi arasındaki ilişki için eski Babil döneminde standart olarak kabul edilen değere sahiptir. Bir başka matematik metninde,³⁰⁰ igi-gub-ba terimi, bir dairenin alanı için kullanılan formülle bağlantılı olarak $\frac{1}{4\pi}$ değerine,³⁰¹ yani $A = \frac{c^2}{4\pi}$ değerine atıfta bulunur. Ayrıca aşağıda Ud, 18. satırın analizinde bahsedilen *igigubbūm*'un (Sümerce *igi-gub-ba*'dan ödünç alınan Akadca sözcük) öğretici kullanımına da dikkat edin. Bu örneklerden de anlaşılacağı üzere, igi-gub-ba'nın kelime anlamı olan 'sabit (ya da belirlenmiş) kesir', daha genel anlamda 'katsayı' olarak anlaşılmalıdır -ister bir dairenin alan formülündeki $\frac{1}{4\pi}$ durumunda olduğu gibi tanımlardan çıkan mutlak bir sabit, ister tuğlaların ağırlığı ve hacmi arasındaki ilişkiyi ya da bir miktar asfalt ile kaplayacağı alan arasındaki ilişkiyi ifade ettiğinde olduğu gibi 'ampirik' bir sabit olsun.

İlerleyen sayfalarda, Ud ve Ue'nin içeriğini transkripsiyon, çeviri ve yorumu birleştirerek satır satır veya uygun olan yerlerde satır grupları halinde sunuyoruz. Çevirilerde, katsayıların değerleri dışarıda bırakılmıştır.

Bu 2 liste, eski Babil matematik repertuarının ne kadar küçük bir kısmına sahip olduğumuzu açıkça ortaya koymaktadır."

Özetle bu açıklamalardan anlaşıldığına göre Akadcadaki "igi-güb-bum" kelimesi Sümercedeki "igi-gub-ba"dan gelir ve bu yüzden "igi-gub-ba" kelimesi (1.1)'deki $\frac{1}{4\pi}$ oranı için teklif edilir, dolayısıyla "igi-gub-ba" kelimesi dairenin alanının çevresinin karesine oranı demektir. Fakat "igi-gub-ba" kelimesinin kullanımı çok daha geniştir. Özetle teklif edilen şey için işlem/lerin sonucunda elde edilen bir sayısal sonuçtur. Bu durumda Eski Babilonya Katsayılar Listeleri'ndeki bu sayısal sonuçları hangi işlemlerden geçtiğini bulmak zorunda kalırsınız ki bu, bir noktadan sonra münecimliğe döner ki bizim yaptığımız iş özetle budur!

3. **şa:** İngilizcede "**of: -(n)in, -(n)in**" olan bir edattır. Buradaki kullanımı "çember + in = çemberin" şeklindedir.
4. **SAR:** Metnin içeriğine göre "**çember**" ya da "**daire**" demektir. Bunu alan ölçüsü birimi ŞAR ile karıştırmamak gerekir (ki alan ölçüsündeki ŞAR, bir kenarı 1 Nindan olan karenin alan ölçüsü birimidir). Örneğin *Neugebauer* ve *Friberg* yazımları aynı olan bu 2 kelimeyi karıştırırlar. Çünkü *Neugebauer* yukarıdaki açıklamalarında "hacim-SAR" derken, *Friberg* de Şekil 1.2'deki "SAR"ı "ŞAR" olarak algılamış ve 30. satırdaki problemi buna göre



Resim 1.4. [Evert Marie Bruins \(1909-1990\)](#).

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

çözümlemiştir (Y.N. *Neugebauer* alan ölçüsü birimi “ŠAR”ı hep “SAR” olarak okur. Bkz. [S. 4](#)). Yani ona göre bu problem ŠAR’ın kare biçimindeki yazılışından dolayı kare içindeki karenin alanlarının farkı olup içteki karenin bir kenarı 12 Nından ve dıştaki karenin bir kenarı $1,0 = 60$ Nından için $1,0^2 - 12^2 = 60^2 - 12^2 = (60 - 12)(60 + 12) = 48.72 = 3456 = 57,36$ Šar’dır (Bkz. “[Amazing Traces of A Babylonian Origin In Greek Mathematics](#)”, S. 79 (PDF’de S. 99)). İşin ilginç yanı şu ki, bu sayı [Plimpton 322](#) no’lu tabletin 2. satırında tekrar karşımıza çıkar. Çünkü [2. satır](#)daki üçgenin tabanı (dikdörtgenin genişliği) 56,7 ve hipotenüsü (dikdörtgenin köşegeni) 1,20,25 şeklinde alırsak her 2 şekildeki yükseklik $1,20,25^2 - 56,7^2 = (1,20,25 - 56,7)(1,20,25 + 56,7) = 24,18 \times 2,16,32 = 55,17,45,36$ olduğundan $\sqrt{55,17,45,36} = 57,36$ olur. Fakat tabletlerde ölçüler verilirken sayılar birimle birlikte yazıldığından *Friberg*’in çıkarımının doğru olmadığı sonucu çıkar. Çünkü Şekil 1.2’deki 30. satıra dönersek birim sağ başta “ŠAR” iken sayı sol başta “57,36” olarak görünür!

Şu halde bu en geniş tefsire göre metnin çevirisi şöyle olur: “**Çemberin katsayısı 0;57,36’dır**”. Burada hemen belirtmekte fayda var: Bu katsayı (1.14)’teki Ç’nin ilk alt sınırına göre $\frac{\zeta_8^2}{\zeta_6}$ iken bundan önce, *Jean Brette*’nin araştırmasına göre, “2 Çevre Oranı Masalı”na göre Arşimetyen tarzda şöyle elde ediliyordu (Y.N. *Jean Brette*’nin ilk kimin icat ettiğini bilemediği bu 2 çevre oranı masalı ilk kez 1957’de, muhtemelen 1951, *Neugebauer* tarafından verilmiştir. Bkz. [S. 47](#)):

$$(1.10) \quad \frac{6r}{2\pi r} = \frac{\zeta_6}{\zeta} = 0;57,36 = \frac{24}{25} \Rightarrow \frac{3}{\pi} = \frac{24}{25} \Rightarrow \pi = 3\frac{1}{8} = 3;7,30.$$

Olağanüstü Bir Öğretmen Jean Brette’den Olağanüstü Bir Araştırma

Bu konuda 8.7.2013’te yazdığı ve 9.2.2017’de ölen Palais de la Découverte’nin eski Matematik Bölümü Başkanı *Jean Brette*, “[MEZOPOTAMYA’DA MATEMATİKSEL BİR GEZİNTİ: Dairenin Ölçülmesi ve Yaklaştırma](#)” adlı araştırma makalesinde şunları söyler (ki aşağıda konunun en can alıcı başlıklarından 3 bölüm seçtim ve bunlar aynı formatta olup birebir çeviridir):

“Yolda...

π sayısının tarihi ve tarih öncesi üzerine makaleler veya kitaplar okuduğunuzda, örneğin [1], [2], [3], [4], [5], [6], [8] veya diğerleri ... , Babil dönemine ilişkin çeşitli versiyonlarla karşılaşsınız. Bazı yazarlar bunu basitçe görmezden gelir; diğerleri oldukça açık sözlüdür: ‘*Babilliler $\pi = 3\frac{1}{8}$ ’i kullandılar*’; diğerleri büyük özen gösterir, anakronizm yapma riskine işaret eder, gerçeklere daha yakındır ve özünde şöyle der:

Bir altıgenin çevresinin, onu çevreleyen dairenin çevresine oranını veren bir Babil kil tableti bulunmuştur. Bu oran seksagesimal (60 tabanlı) sayılarla ifade edilmiştir ve şuna eşittir: $0;57,36 = \frac{57}{60} + \frac{36}{60^2}$.

Bugün $\pi \cong 3\frac{1}{8}$ yaklaşık değerini çıkarabiliriz

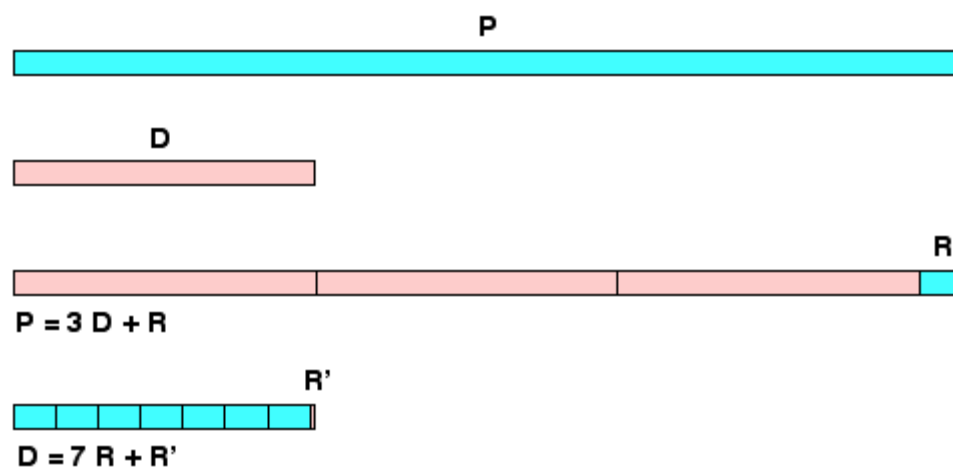
Ve genellikle şu ya da bu şekilde ekliyorlar: ‘*Bu sonuca nasıl ulaştıklarını bilmiyoruz, muhtemelen deneysel olarak*’.

30 yıldır Palais de la Découverte’de konuyla ilgili derslerde aşağı yukarı bunu söylüyorum (bkz. “[Le Nombre Pi \(2003\)](#)”) ve Aralık 2012’de Vannes’deki Université de Bretagne-Sud’un daveti üzerine ‘genel halka açık’ bir konferansta bir kez daha tekrarlamak üzereydim. Ekteki slayt gösterisini hazırlarken, bu son cümle hakkında bazı şüphelerim vardı.

İlk kısım doğru: Bunu nasıl yaptıklarını gerçekten bilmiyoruz. Bana sorun çıkaran ikinci kısım oldu: Babilliler bu değeri gerçekten deneysel olarak bulmuş olabilirler mi?

Günümüzde, bir mezura ve çeşitli çaplarda günlük nesneler kullanarak bu deneyi yapmak çok kolay: Kızartma tavaları, tencereler, tenekeler. Bir deneyin bakalım! Çevreyi ve çapı ölçün, sonra bölün. Her seferinde 3,14 buldum. Farklar 3. ondalık basamaktaydı. Yine de eğer M.Ö. 1650’de yaşıyorsak, bu kadar hassas üretilmiş bir nesne ya da milimetre cinsinden derecelendirilmiş bir terzi mezurası diye bir şey yoktur. Bu yüzden deneyi daha ‘rustik’ nesnelerle tekrarladım.

O zamanlar az çok dairesel olan günlük nesneler vardı: Sepetçilik ve çömlekçilik (bazıları M.Ö. 4.000’den daha eskiye dayanıyor ve bugünün çömlekçi çarkları, motor dışında, antik olanlardan çok farklı değil). Ölçmek daha zordur: Bir ip veya deri kayış gerilim altında esneyebilir ve hareketsizken büzülebilir. Öte yandan kurutulmuş papirüs kabuğu esnemez. Ne yazık ki elimde hiç yoktu. Bu yüzden ben de esnemeyen 5 mm genişliğinde rattan şeritler kullandım. Açıkçası bunlar dereceli değil, ancak bunun bir önemi yok. İlgilendiğimiz şey 2 uzunluğun oranı: Çevrenin çapa oranı, uzunlukların kendileri değil. Rattanla nesnenin etrafında dolaşmak ve onu kesmek kolaydır. İlginçtir ki, çapa karşılık gelen tam rattan uzunluğunu kesmek o kadar kolay değildir. Bunun nedeni, çömleklerin üst kenarının genellikle yuvarlak olmasıdır. Bu nedenle, çevre rattanını sabitlemeniz, ardından ilkinin iç çapına karşılık gelen ikinci bir rattan şeridi kesmeniz gerekir. Geriye kalan tek şey, kesin değerlerini bilmeden iki uzunluğun oranını hesaplamaktır, bu da bölmenin kökenine geri dönerek yapılabilir (Bkz. Şekil 1).



Şekil 1

Bölüm 1: Eski Babilonya'da II

P ve D iki rattan (Fransızca "de rotin") şerit olsun. D'nin P'de kaç kez yer aldığını bilmek istiyoruz. D'yi P'ye dikkatlice birbiri ardına aktarıyoruz. Bunu 3 kez yapabiliriz ve yine de küçük bir R parçası kalır. Daha sonra R uzunluğunda bir rattan parçası kesiyoruz ve bunu da D'ye birbiri ardına aktarıyoruz.

Arşimet yaklaşımını kullanarak, küçük bir R' kalanı ile 7 kez aktarmak mümkün olmalıdır: $P = 3D + \frac{1}{7}D = 3\frac{1}{7}D$. Babil yaklaşımıyla, R segmentini 8 kez ya da en azından neredeyse 8 kez, yani 7 kez, oldukça büyük bir R' kalanı ile taşıyabilmeliyiz. Bu işlemi 3 nesne ile gerçekleştirdim: 2 parça çömlek ve bir parça hasır işi, her ikisi de yeni ama oldukça rustik. R segmentini 8 kez aktaramamakla kalmadım, aynı zamanda 7 kez de aktaramadım. En iyi performansım 6,8 kezdi, yani çok büyük bir R' kalanı ile 6 kez. Elbette, özellikle 7 kez R'yi D segmentine aktardığınızda birçok hata kaynağı vardır. Yine de bu deneyler beni Babillilerin değerlerini deneysel olarak elde etmediklerine, en azından bu şekilde elde etmediklerine ikna etti. Ancak bu durumda 2 soru ortaya çıkıyor:

Soru 1: Eğer deneysel değilse, teorik ve geometriktir. Bunu nasıl yapmış olabilirler?

Soru 2: Yöntemleri ne olursa olsun, neden $\pi \approx 3\frac{1}{7}$ 'ye götüren bir çevre oranı bulamadılar?

Yürüyüşün sonu

Bu hoş keşiften sonra, bu sabiti belirlemek için (7,24,25) üçgenini kullanma fikrinin daha önce ortaya atılıp atılmadığını görmek için önce kişisel kütüphanemde, sonra da internette arama yaptım. Boşuna, bana bir kaynak gösterebilecek okuyuculara şimdiden teşekkür ederim. Ama emin olmak istedim. Bu fikri sunduğum Vannes'daki konferansımdan [7] dönerken (sonunda!!!) bu raporu veren tabletle ilgili metinleri aramaya koyuldum.

İşte öğrendiklerim!

Bu tablet, 1936 yılında Fransız arkeolog **Robert De Mecquenem** tarafından Susa Kraliyet Şehri (günümüzde İran'da Ilam yakınında, yani Babil'in yaklaşık 200 km doğusunda) altındaki 1 numaralı kazı alanında bulunan bir grup tabletin bir parçasıdır. Kazı raporu [15] bir grup tabletin keşfinden bahseder, ancak daha fazla ayrıntı vermez. Görünüşe göre heykeller, oyuncaklar ve çanak çömlekler tüm alanlarda oldukça fazla sayıda bulunan tabletlerden daha dikkate değerdi. Ayrıca değerlerinin anlaşılabilmesi için tercüme edilmeleri gerektiği de doğrudur ki bu da ancak ofisinize döndüğünüzde yapabileceğiniz bir şeydir, bir inşaat alanında değil!

Bunlar ancak 1950 yılında Louvre Müzesi'nden Bayan **Marguerite Rutten** tarafından yazıya geçirilip tercüme edilmiş ve Amsterdam Üniversitesi'nden Profesör **Evert Marie Bruins**'ten matematiksel içeriklerini yorumlaması istenmiştir. Bu tabletler 1961 yılına kadar yayınlanmadı [16], ancak 1950 gibi erken bir tarihte **E. M. Bruins** çeşitli ders ve makalelerinde içeriklerinden bahsetti [17], [18], [19].

Susa tabletleri 1, 2, 3, ... A, B, C ... şeklinde numaralandırılmıştır. Çarpım tabloları, problemler (örneğin, ikizkenar üçgenin çevreleyen çemberin yarıçapını, düzgün 6-gen ve 7-genlerin alanlarını hesaplama, 2. dereceden denklemleri çözme v.b.) ve sabitler tablolarını içermektedir. Bizim ilgilendiğimiz tablo bunlardan biridir.

Tablet I [16], [20], 70 sabit içermektedir. İlk 36 tanesi matematikselidir. Sonraki sabitleri yorumlamak daha zordur, ancak bunların işlerle (belki dolgu hacimleri veya çeşitli inşaatlar v.b.) ve çeşitli malzemelerle (toprak, kil, kerpiç, bitüm, kurşun, bronz, bakır, gümüş, kesilmiş kamış v.b.).

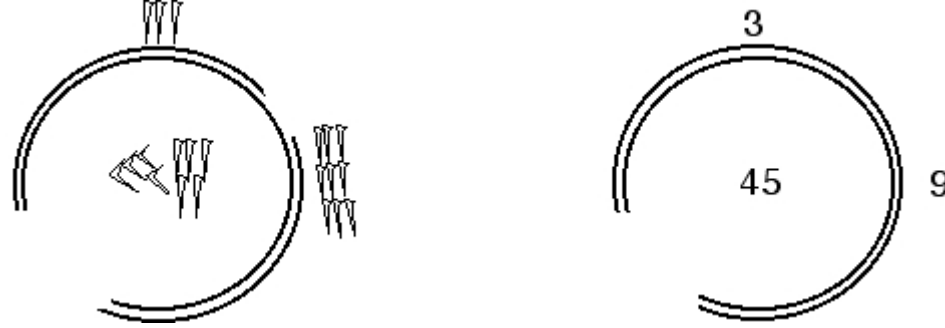
İlk 3 matematiksel sabit, 'daire sabitleri', 5, 20 ve 10 sayılarını verir. Bunlar sırasıyla bir diskin alanı, çapı ve yarıçapı olarak yorumlanır... çevresinin bir fonksiyonu olarak, 1'e eşit olduğu varsayılır!



Resim 1.5. Jean Brette, Mayıs 1975'te Palais de la découverte'de IBM 2250 bilgisayar ekranında bilgisayar tarafından oluşturulan eğrileri sunuyor. Koordinatlar IBM 1130 bilgisayarı tarafından hesaplanmakta ve noktalar daha sonra görüntülenmekte ve doğru parçaları ile birleştirilmektedir. © C. Rousselin/Universcience. Bkz. "HOMMAGE À JEAN BRETTE (JEAN BRETTE'NİN ANISINA) (1946-2017)".

Bölüm 1: Eski Babilonya'da II

Bu, bir diskin alanını ve çevresini R yarıçapının bir fonksiyonu olarak hesaplayan modern okuyucu için bir sürpriz olabilir. Yale Üniversitesi'nde korunan [YBC 7302](#) (Şekil 9) gibi bir daire ve sayısal veriler içeren birkaç tabletten de görülebileceği gibi Babilliler işleri farklı şekilde yapmışlardır.



Şekil 9 (E. Robson'a göre [13] (Y.N. Bu çizim [YBC 7302](#) ya da Resim 1.2'ye göre doğrudur).

Eleanor Robson [13] şu açıklamayı yapmaktadır: 3 çevre, 9 kare ve 45 alandır!

Modern gösterimlerimizle:

$$P = 2\pi R \Rightarrow P^2 = 4\pi^2 R^2 \text{ ve } A = \pi R^2 = \frac{P^2}{4\pi}.$$

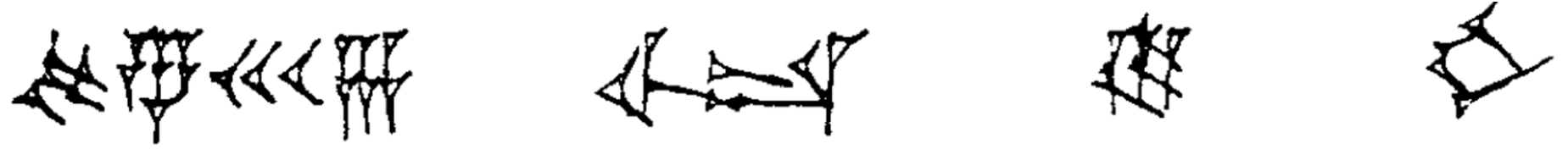
Kaba bir yaklaşımla $\pi = 3$, $A = \frac{P^2}{4\pi} = \frac{3^2}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$, bu da 60 tabanında $A = 0;45$ olarak yazılır. Aynı fikir Susa tabletine uygulandığında şu sonucu verir: $P = 1$ ise $A = \frac{1}{4 \cdot 3} = \frac{1}{12}$, bu da 0;5 olarak yazılır (5 gerçekten de 60'ın 12'de 1'idir). Yarıçapa gelince, $R = \frac{1}{2\pi} = \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$. Bu da yine 60 tabanında 0;10 olarak yazılır. O halde çap 20'dir, dolayısıyla tabloda gösterilen sabitler 5, 20 ve 10'dur.

Tüm bunlar tutarlıdır, $\pi = 3$ yaklaşımının yaygın olduğunu gösterir ve ayrıca Babillilerin, çevresini bilirsek diskin alanını hesaplayabileceğimizi bildiklerini gösterir ki bu, gördüğümüz gibi **Arşimet** tarafından 15 yüzyıl sonrasına kadar gösterilmeyecektir (Y.N. **Brette** burada haddini aşmıştır).

Diğer çizgiler yarım, üçüncü ve çeyrek daireler için benzer değerleri gösterir ve söz konusu yayın uzunluğunun her zaman 1'e eşit olduğu varsayılır.

Daha ileride, kenarı 1 olan düzgün çokgenlere bağlı sabitler buluruz: Tablonun 26, 27 ve 28. satırları 5-gen, 6-gen ve 7-genlerin alanlarını verir. 29. satır 'üçgen sabiti'ni vermektedir. Bu kez bir alan değil, bir uzunluk: Bir kenarı 1 Birim olan eşkenar üçgenin yüksekliği $\frac{\sqrt{3}}{2} \cong \frac{1,45}{2} = 0;52,30$ 'a eşit, yani 0,875, $\frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,866025403 \dots$ ile karşılaştırılacak... 31. satır da bir uzunluk veriyor, Bir kenarı 1 Birim olan karenin köşegeninin uzunluğu $\sqrt{2} \cong 1;25 = 1 + \frac{25}{60} = 1 \frac{5}{12} = 1,41666 \dots$, (ancak [YBC 7289](#) tableti çok daha doğrudur).

Peki ya 30. satır? Bu, bugün bizi ilgilendiren 'döngü sabitini (daha mükemmel daire)' veren çizgidir: 57 36, **E. M. Bruins** tarafından verilen tablonun başındaki daire sabitleri üzerinde bir iyileştirme olduğu düşünülmektedir (Y.N. Burada da haddini aşmıştır). Başka ayrıntı yoktur. [16], [20] (Şekil 10)



Şekil 10

Özellikle, ki bu benim için büyük bir sürpriz oldu, 6-genlerden, çevrelerden veya çevre oranlarından kesinlikle bahsedilmiyor! Ne düşünmeliydim ki? 29 ve 31. satırlar uzunlukları vermektedir, dolayısıyla bu sabitin de bir uzunlukla ilgili olduğundan şüphelenebiliriz ve bu nedenle belki de yarıçapın hesaplanmasını iyileştirmek için uygulanacak düzeltici bir faktördür (diskin alanının hesaplanmasını da iyileştirse bile).

[18] S. 313- 314'te **E. M. Bruins**, benim bu makalenin başında yaptığım gibi, Babillilerin sahip oldukları bilgiyle bu sabiti hesaplamak için kullanabilecekleri bir yöntem öneriyor. Bunu yapmak için, alanı 4π olan 2 yarıçaplı bir diskteki iç içe geçmiş ve dışa geçmiş düzgün 12-genlerin alanlarını değerlendiriyor.

Hesaplamalarının ayrıntılarını vermiyorum. İlk 12-genin alanını hesaplamak çok basittir ve 12'ye eşittir. İkincisinin alanını hesaplamak daha az kolaydır. İkinci dereceden eşzamanlı denklemlerin çözümünün yanı sıra $\sqrt{12}$ yaklaşımını gerektirir ve son olarak, dışa çizilen 12-genin alanının 13'ten küçük olduğunu göstermesini sağlar. Bu nedenle diskin alanı olan 4π doğrulanır: $12 \leq 4\pi \leq 13$.

E. M. Bruins daha sonra 12 ve 13'ün ortalamasını hesaplar ve şunu elde eder:

$$\pi = \frac{1}{4} \cdot \frac{12 + 13}{2} = \frac{25}{8} = 3 \frac{1}{8}$$

Bu gerçekten de umulan sonuçtur, ancak yine de üç gözlemde bulunabiliriz:

1. Çerçeveleme fikri zaten biliniyor ve diğer tabletler tarafından onaylanıyor muydu? Bilmiyorum.
2. Bu şekilde ilerleyerek, bugün sabitten çıkarabileceğimiz π değerini hesaplıyor, ancak bu yaklaşımda hiçbir yerde görünmeyen sabitin kendisini değil.
3. Son olarak ve oldukça ilginç bir şekilde, bağlam (29 ve 31. satırlar) uzunlukları önerirken, alanları hesaplamayı seçmektedir. 10 yıl sonra yayınlanan tam yorumunda [16], Susa tabletlerinde (7,24,25) üçgenine benzer bir üçgenin, bu sefer tamamen farklı bir problemle bağlantılı olarak ortaya çıktığına işaret ettiği göz önüne alındığında bu daha da ilginçtir: Kenarları (50,50,60) olan ikizkenar üçgeni çevreleyen dairenin yarıçapını hesaplamak, 1,5 sayfa ayırdığı bir hesaplama, oysa 1950'deki önerisinden bahsetmeden 'döngünün sabitine' sadece 6 satır ayırmıştır. Her halükârda bu, Susa'daki geometricilerin (7,24,25) üçgeniyle gerçekten de karşılaşmış olduklarını göstermektedir.

Hangi sonuca varabiliriz?

1. Yayıncılık dünyasında intihal hakkında söylenen bir söz vardır:

‘Herkes herkesi kopyalar, adı unutulmuş olan ilk kişi hariç (Tout le monde copie tout le monde, sauf le premier, dont on a oublié le nom)’.

Bu durumda, ilk olanın kim olduğunu biliyoruz: Tableti yazan kâtibî bilmesek de bunu matematik camiasına açıklayan ilk kişi Profesör **Evert Marie Bruins**’ti! Soru: Tablette yer almayan ve **E. M. Bruins**’in en azından benim bildiğim metinlerde hiç bahsetmediği, her yerde (benim tarafımdan da) tekrarlanan hatalı bir versiyon olan 6-gen ve 2 çevre oranı masalını kim icat etti? Çalışması 1971’de yayımlanan **Petr Beckmann** [8] olabilir mi, yoksa daha önce mi? (**Y.N.** Hemen yanıt veriyorum: Bu 2 çevre oranı masalı ilk kez 1957’de, muhtemelen 1951, **Neugebauer** tarafından verildi)

2. Üç Silahşörler’de tarihle biraz oynamış olmakla eleştirilen **Alexandre Dumas**, büyük H harfiyle, şöyle cevap verirdi:

‘Tarihi ihlal edebilirsiniz, yeter ki onu güzelleştirin çocuklar! (On peut violer l’histoire, à condition de lui faire de beaux enfants!)’.

Çevre masalını kim icat ettiyse, ona teşekkür borçluyum. Çünkü o olmasaydı, muhtemelen bu soruyu kendime hiç sormazdım ve muhtemelen (7,24,25) üçgenini kullanmayı hiç düşünmezdim (**Y.N.** Ben de bu sözü alıntılamanı **Brette**’ye teşekkür ederim. Çünkü emperyalist olduklarını itiraf ediyorlar).

3. Bu yürüyüş, Babil (ya da Babil, Susa ve Larsa arasındaki mesafeler göz önüne alındığında daha ziyade Mezopotamya) matematiği hakkındaki bilgimi artırmamı ve tabletleri ve önerdikleri ekstrapolasyonları yorumlamanın içerdiği zorlukların daha fazla farkına varmamı sağladı [13], [19]. Ama aynı zamanda benim için daha kişisel bir soruyu da gündeme getirdi: *‘Neden bunu kendime daha önce sormadım?’.*

4. Ve son olarak, bu yürüyüş önce çok ilgimi çekti, sonra beni eğlendirdi ve zenginleştirdi, ki bu benim için en önemli şey!

Umarım aynı şey okuyucu için de geçerlidir.

Dipnot:

Teşekkür: Babil matematiği konusunda dünyaca ünlü bir uzman olan SPHERE Laboratuvarı’ndan (CNRS-Université Paris Diderot) **Christine Proust**’a bana zaman ayırdığı, eleştirileri, açıklamaları, referansları ve ilk taslağımı geliştirmeye yönelik önerileri için çok minnettarım. Ayrıca [8] referansını borçlu olduğum **Jean-Paul Delahaye**’ye, beni yaygın olarak kullanılan başka bir masala yönlendiren **Christian Houzel**’e (bu sefer Mısır masalı, ama bu başka bir hikâye!) ve ilk okuyucularıma cesaretlendirmeleri ve eleştirileri için teşekkürler: **Michel, Pierre, Mireille, François**.

Son olarak, IdM’den **Carole Gaboriau** ve **Vincent Beffara**’ya, tavsiyeleri ve bilgileriyle IdM düzenleme yazılımındaki ilk adımlarımda bana sabırla ve hoşgörüyle yol gösterdikleri için ve IdM için son düzeltmeleri yapan **Angela Gammella** ve **Clément Caubel**’e teşekkür etmek istiyorum.

Makale **Chemla, Karine** tarafından düzenlenmiştir.”

Şimdi de kendi araştırmamdan elde ettiğim sonuçları vereyim!

1.3. Tabletın Çözümü (28.11.2023, 08:50). İlk r yarıçaplı çemberin çevresi ζ ve içine çizilmiş düzgün 6-genin çevresi ζ_6 ve 8-genin çevresi ζ_8 olmak üzere şu yaklaşımı çıkarttım:

$$(1.11) \quad \zeta_8^2 \lesssim \zeta_6 \zeta.$$

Sonra bu yaklaşımda $\zeta = 2\pi r$, $\zeta_6 = 6r$ ve $\zeta_8 = 8\sqrt{2 - \sqrt{2}}r$ çevrelerini yerlerine koyup gerekli işlemleri

$$64(2 - \sqrt{2})r^2 = \left(8\sqrt{2 - \sqrt{2}}r\right)^2 = \zeta_8^2 \lesssim \zeta_6 \zeta = 6r \cdot 2\pi r = 12\pi r^2$$

şeklinde yaptıktan sonra

$$(1.12) \quad \pi \gtrsim \frac{16(2 - \sqrt{2})}{3} = 3.124194334 \dots$$

sonucunu çıkarttım. Burada $\pi = 3; 7,30$ olabilmesi için $\sqrt{2} = 1; 24,50,37,30$ olması gerekiyor ki bu değer Babil tabletlerinde değil ama [2. Çözüm](#)’de $x_7 = 1; 24,50,37,30$ olarak mevcuttur (Bkz. “[YBC 7289 No’lu Tablet](#)”, S. 23, (1.3.44)). Bu çözümde $x_7, \sqrt{2}$ ’yi yönlendirmek adına tam 5 kez aritmetik ortalamaya katılarak rekor kırmıştır! Diğer taraftan $\sqrt{2}$ için 1;24,50,37,30 yerine YBC 7289’daki 1;24,51,10 değerini alsaydık $\pi = 3; 7,27,6,40$ değerini bulmuş olurduk ki düzgün sayılar nedeniyle bu değer alınması mümkün olmazdı! Neden? Çünkü $\pi = 3; 7,27,6,40 = \frac{12653}{4050}$ kesrindeki payda $4050 = 2 \cdot 3^4 \cdot 5^2$ şeklinde düzgün bir sayı iken paydaki 12653 sayısı asaldır ve eğer bu değeri (1.1)’de yerine koyarsak

$$A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2 \lesssim \frac{1}{4 \times 3; 7,27,6,40} \cdot \zeta^2 = \frac{1}{12; 29,48,26,40} \cdot \zeta^2$$

eşitliğinden görüldüğü üzere 12;29,48,26,40 düzgün bir sayı olmadığından tersi alınamayacak, dolayısıyla (1.7)’deki gibi bir katsayı söylenemeyecekti! O halde $\sqrt{2} = 1; 24,50,37,30$ için (1.12)’den

$$(1.13) \quad \pi \gtrsim 3; 7,30$$

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

değeri elde edilir ki bu, 40 yıl (1964-2004) boyunca Paris’teki Palais de la Découverte’de matematik dersleri veren ve son 34 yılını (1970-2004) Matematik Bölümü başkanı olan ve orada 30 yıldır (ki ölümüyle birlikte 34 yıl) bu konuyla ilgili dersler veren **Jean Brette**’nin aradığı sonuçtur!

JEAN BRETTE: BİR ÖMÜR BOYU MATEMATİK PAYLAŞIMI

André Deledicq ve Édouard Thomas.

Jean Brette 40 yıl boyunca Palais de la découverte’de çalıştı. Ölümü, matematiği en iyi popülerleştirenlerden birini kaybetmesine neden oldu.



Jean Brette (1946-2017)

Paylaşım için bir zevk

Matematik kültürünün elçilerinin küçük dünyasında, o kendi başına bir efsaneydi. Eşsiz bir bilimsel arabulucu olan **Jean Brette** aramızdan yeni ayrıldı.

Jean’in zamanını ve enerjisini hiç esirgemediği kaç öğrenci vardı? Okullarda, 1964’ten 2004’e kadar çalıştığı Palais de la découverte’deki ünlü odada, 10,000’lercesi matematiğin akademik olmayan farklı bir yönünü keşfedebildi. Büyüleyici ve tutkulu bir adam olan **Jean Brette**, pek çok mesleğin kaynağı olmuştur.

Çünkü **Jean Brette** matematiğin her türüne ilgi duyuyordu. Her zaman en son gelişmelerden haberdar olur, geometrik nesneleri kendisi yapmaktan, silgileri kesmekten ve karton parçalarıyla uğraşmaktan asla çekinmezdi. Kültürü ve paylaşma zevki doğal olarak onu tanıştığı herkesle matematik hakkında uzun uzun konuşmaya yöneltti.

Matematiği keşfetmek... farklı bir şekilde

Jean Brette Palais de la découverte’e 18 yaşında, henüz sağlam bir bilimsel eğitim alma fırsatı bulamadan katıldı. Bu saygıdeğer kurumun matematik bölümünün başına geçene kadar sabırla basamakları tırmandı... ki o zamanlar burası sürekli tehdit altında olan istikrarsız bir yerden başka bir şey değildi. 1991-1998 yılları arasında başkanlığını yapan matematikçi **Michel Demazure**, “Her yıl kurtarmak zorundaydık” diye hatırlıyor. **Jean Brette** azmi sayesinde matematikçi arkadaşlarının saygısını kazanmış ve o zamanlar bugünkü kadar yapılandırılmamış olan Fransız matematikçileri arasında eksik olan bir köprü olarak kendisini kabul ettirmiştir. Onu tanıyanlar **François Le Lionnais** ile yaptığı iş birliğini hatırlayacaklardır. Düzenlediği Serge Lang konferansı, daha sonra İngilizceye çevrilen “Serge Lang fait des maths en public, trois débats au Palais de la découverte (Serge Lang kamuoyu önünde matematik yapıyor, Palais de la découverte’de 3 tartışma) (Belin, 1981, 1982, 1983)” kitaplarına yol açtı (Bkz. “The Beauty of Doing Mathematics, Three Public Dialogues, Springer, 1985”).

Jean Brette bazen arkadaşlarına doğum günlerinde bir ‘poliversary (mutlu yıllar)’ diliyordu. Onlardan birine 34. doğum gününde, 34 ay, 34 hafta, 34 gün, 34 saat ve 34 dakika, cetvel ve pergelle yapılmış 34 kenarlı bir çokgen hediye etti.

Onu tanıyanlar aynı zamanda balık tutmayı, filleri, cazı, bonzai ağaçlarını ve eşi **Sylvie**’nin ardından çiçek düzenleme sanatını seven sevimli, sağduyulu bir adam olarak hatırlıyor.

Olağanüstü bir öğretim görevlisi

Jean Brette, matematiğin nasıl yapıldığını dinlemeye her zaman hazırdı. Bu nedenle, onu birkaç haftadır görmeyenler için her zaman açıklayacak ve yorumlayacak yeni bir problemi veya sonucu vardı. Basit bir problemin çözümünün olmadığını göstermeyi ya da dinleyicilerini sonsuz inişin incelikleriyle tanıştırmayı severdi... Palais’de onu dinlemeye gelen ‘yeni matematikçilerden’ derslerinden keyif alan daha az genç olanlara kadar herkes kendini daha zeki hissederek ayrılırdı.

Jean Brette, matematiği yayma konusundaki çalışmalarından dolayı **Catherine Goldstein**, **Mireille Chaleyat-Maurel** ve **Gérard Tronel** ile birlikte “Image des mathématiques dans le grand public, année 2000, année mondiale des mathématiques (Matematiğin kamusal imajı, 2000, Dünya Matematik Yılı)” adlı dosyayla 2002 Prix d’Alembert ödülüne layık görüldü. Çalışmalarından alıntılar kangmath web sitesinde mevcuttur. 1995 yılında **Jean-Pierre Bourguignon** ile birlikte **François Tisseyre** ve **Claire Weingarten**’in “Écoutez voir (dinle ve gör)” atölyesine katılarak ‘La Nouvelle Étoile du berger (Yeni Çoban Yıldızı)’ (30 dakika çevrimiçi olarak mevcuttur) adlı bir film yaptı.

Bu vesileyle şu anımı anlatmama izin veriniz!

Genelleştirilmiş Napolyon Teoremi

22.7.2002 tarihli “Arşimet’in Metodu M.V.” albümümdeki düzgün çokgen algoritmalarının yakınsaklığını hızlandırabilmek için 10.9.2002, 01:45-28.5.2003, 18:00’de E-ATA Ver. 1-3 ve S-ATA Ver. 1’den oluşan “ATA 1 Algoritmaları”nı bitirdikten sonra 8.7.2004’te **Symth** gibi Büyük Piramit’e gittim. Çünkü Büyük Piramit’in geometrisinde **Arşimet**’in π için verdiği $\frac{22}{7}$ ’nin mevcut olduğu söyleniyordu. Bununla birlikte **Napolyon**’un teoreminden de söz ediliyordu. Bu teorem için bakmadığım kaynak kalmamıştı. Rivayete göre Fransızlar 21 Temmuz 1798’de **Piramitler Savaşı**’nın sonunda egemen olduktan sonra **Napolyon** Büyük Piramit’in içini gezmiş ve sonra ünlü teoremini anlatmış. O sırada yanında 150 kişiden fazla bir bilim ordusu ve onların içinde geometrici **Gaspard Monge** (1746-1818) da vardı. **Napolyon** bir ara oyalanmak için piramitin (Büyük Piramit) tepesine ilk kim çıkacak dediğinde ilk çıkan 52 yaşındaki **Monge** oldu!

Monge o sırada şu kitapları çıkartmıştı:

1794: Top yapma sanatının tanımı (Description de l’art de fabriquer des canons),

1795: Analizin geometriye uygulanması (Application d’analyse à la géométrie),

1799: Tasarı Geometri (**Géométrie descriptive**): 1795’te École Polytechnique’te verdiği derslerin bir transkripsiyonu olup öğretmen yetiştiren kolejlerde verilen derslerden oluşur. Bu kitabın en eski baskılarından 1811 baskısına ve “**Tasarı Geometri Anıları: Teorik ve Uygulamalı**”ya bakabilirsiniz.

Bölüm 1: Eski Babilonya'da II

Piramite kitapsız gelmek ya da ayrılırken kitap yazmamak ayıp karşılığından bir kitap yazmak bir gelenek halini almıştır. Elinizdeki “[Büyük Piramit’teki II’nin Sırrı 2004](#)” adlı kitabın tamamına yakını **Vyse-Perring, Smyth, Petrie** v.d’de olduğu gibi bu ziyaret esnasında yerinde yazıldı ve kitaba ek olan bu teoremi (ki bu bir tasarı geometri teoremi olduğundan **Monge**’un 3. kitabına girer) belki de **Napolyon**’a veren kişi **Monge** idi ya da **Napolyon** stratejistliğini kullanarak keşfetmiş ve **Monge** O’na yardım etmişti, bilemiyorum. Ama bildiğim tek bir şey varsa o da **Monge**’un **Napolyon**’a deli gibi tapındığıydı!



Resim 1.6. **Ridley Scott**’un “*Napoleon 2023*” filminden inanılmaz bir sahne. **Shannon Selin**’in tarihi romanına dayanılarak çekilen bu filmde tarihsel olarak doğru olmayan bazı sahneler vardır. Bunlardan biri **Napolyon**’un doğum tarihi iken diğeri atış talimi yaptığı Giza Piramitleri’dir (Y.N. Filmde **Napolyon**’un 1768 Şubat’ında Jaxio Korsika’da doğduğu geçer ama bu doğru değildir. Doğrusu **15 Ağustos 1769**’dur. Benzer bir örnek vermek gerekirse, **Sinuhe**’nin **I. Amenemhat** ve oğlu **I. Senusret**’in dönemlerinde yani 11. Hanedanlık’ta yaşadığını biliyoruz ancak 1954 yapımı “*Mısırlı: Firavunun Gözdesi*” filminde **III. Amenhotep** ve oğlu **IV. Amenhotep/Akhenaten**’in yani 18. Hanedanlık döneminde yaşadığını geçir. Bkz. “*Sinuhe’nin Hikayesi*”. Bu, bilgilerin 1954’te az olmasından kaynaklanıyordu ve şimdi aynı şeyin **Napolyon** için yapılması ciddi bir bulgu gerektirir). Fakat öyle görünüyor ki Piramitler Savaşı’nda **Napolyon**’un askerlerinin atış talimi sırasında Sfenks’in burnunun kıldığına dair bir efsanesiyle karıştırılıyor ve ilki kanıtlanamazken ikincisini kanıtlamak mümkün görünmez. **Selin**’in araştırmasına göre, **Napolyon** bu dünya harikasını ziyaret ettiğinde gerçekte olanlar daha az yıkıcı ve neredeyse sevimli bir şekilde inekçeydi. **Bonaparte** beraberindekilerden bazılarını piramite tırmanmaları için meydan okumuş; kazanan **Gaspard Monge** adında bir matematikçi olmuş ve zirveye ulaştıklarında rakipleriyle bir yudum konyak paylaşmış. Daha sonra **Napolyon**, piramitlerin taşlarının tüm Fransa’nın etrafına 10 metrelik bir duvar inşa etmek için kullanılabileceğini hesapladı; **Monge**’un bu hesaplamayı doğruladığı varsayılıyordu. Ama o zamana kadar biraz brendi içmişti. Bkz. “*Napolyon gerçekten bir piramidi vurdu mu? Ridley Scott elbette diyor, neden olmasın!*”, “*Efsaneyi Açığa Çıkarmak: Napolyon Gerçekten Bir Piramiti Vurdu mu? Ridley Scott’ın Filmindeki İlginç Döngüyü Keşfedin!*”. Fakat Fransız medyası bu efsanelerin doğru olmadığına ilişkin bir tartışma başlatmış durumda. Bkz. “*Arcole Köprüsü, Mısır Seferi, Waterloo... Napolyon efsanesini şekillendiren 7 muhteşem yalan*”, “*Napolyon, efsanenin ebedi dönüşü*”, “*Joachim Murat: ‘Ridley Scott’ın Napolyon’u kusurlarla dolu, ama gidin ve görün!’*”.

FIGAROVOX/TRIBUNE - Mareşal **Joachim Murat**’ın torunu **Ridley Scott**’un son filmini izlemeye gitti. Yönetmenin bize epik bir fresk yerine, İmparatoru karikatürize eden ürkütücü bir eser sunduğundan pişmanlık duyuyor. Ancak ona göre Fransızlar bu büyük gösteriden kaçınmakla hata etmiş olurlar.

Prens **Joachim Murat**, Mareşal **Joachim Murat**’ın (1767-1815) 7. kuşak torunudur ve şunları söylüyor: “Elbette objektif değilim. ‘Düelloocular’ ve ‘Gladyatör’ün yönetmeninden epik, Shakespearevari bir fresk bekliyordum. Bir enerji patlaması: Gösteriş, eşi benzeri görülmemiş ihtişam, akıl almaz zaferler, kahraman karakterler galerisi, mesihvari kader, özgürlük rüzgârı, destan, macera, coşku, İmparatorluğun sunduğu sonsuz olasılıklar, tek kelimayle muhteşem!”

Victor Hugo’nun yazdığı gibi, ‘İmparator hakkında konuşmak bize iyi gelecektir’.

Ancak **Ridley Scott**’ın çalışması alacakaranlıktır. Soğuk ışıktaki çekilen sahnelerin neredeyse tamamı sonbaharda, yapraksız ağaçların dallarına takılan sisle çekilmiş. Tüm imparatorluk destanı gençler tarafından taşınmış olsa da, çok az genç oyuncu var. **Bonaparte**’ı 50 yaşındaki **Joaquin Phoenix** canlandırıyor, baştan sona nefes nefese, grimsi bir ten rengiyle. Genel olarak, bu film kasvetli. Neredeyse hüznü. Hayal kırıklığına uğradım, çok hayal kırıklığına uğradım. Ama unutmayın: Ben objektif değilim”.



Resim 1.7. **Prens Joachim Murat** ve Prens **Yasmine Murat**, Kral **I. Joachim Murat** ile birlikte, “*Prens Yasmine Murat bir veliaht bebek dünyaya getirdi: Prens Joachim Murat’ın Doğumu: Geleceğin 10. Prensi Murat*”.

Saygıdeğer Prens **Joachim Murat**, filmi yeni izledim ve **Napolyon** hakkında bir sürü hata gördüm, dolayısıyla ben de sizin gibi hayal kırıklığına uğradım. Örneğin 2004 yazında Büyük Piramit’i ziyaret ettiğimde **Napolyon** ile ilgili bir sürü hikâye anlatılmış ve bunların doğru olup olmadığını kaynaklardan araştırınca hayal kırıklığına uğramıştım. Özellikle **Napolyon**’un adıyla anılan teoreme ilişkin Fransız kaynaklarında hiçbir bilgi göremedim. Yani bu orada yaygın bir hikâyeysen Fransa’da anlam veremediğim bir çekince ya da önemsememe durumu vardı. Elbette bu hikâyeyi araştırırken kafamda bir tahmin oluşmuştu ve **Monge**’un suskunluğu tahminimi destekler niteliktedir. Diğer taraftan film yapımcıları, hataları bizim gibi şeref meselesi yapmazlar; sadece ticari kaygı güderler. Yani ne kadar spekülasyon yaparlarsa filmin o kadar çok satış yapacağını düşünürler!

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

Şimdi 2004 yazına dönersem gördüğüm manzara şöyleydi: O sırada **Napolyon**’un teoremi sadece üçgen için biliniyor ve Fransızlar bu teoremin 2^n -boyutlu sayılarda karmaşık sayılardan sonra kuaterniyonlarda da kanıtlanıp kanıtlamayacağını tartışıyorlardı. Onların karmaşık sayılarla yaptıklarını ben, “[Genelleştirilmiş Napolyon Teoremi](#)” çalışmasının sonunda (PDF’de 19-26) teoremin genelleştirilmiş olan düzgün 6-gende yapıyordum ve bu ilk ispat idi. Fakat sonra hem bu tartışma böyle devam edeceğine ve hem de İmparator **Napolyon**’a yakışmayacağını düşündüğüm için tam bir ispat vereyim dedim ve Genelleştirilmiş Napolyon Teoremi’ni n -boyutlu uzayda vektörlerle mekanik yoluyla ispatladım. Bu nedenle bu ispat **Arşimet**’in “[Kürenin Hacmi](#)”ndeki ispatındaki gibi mükemmel gözükür!

Diğer taraftan (1.13)’teki sonuç aynı zamanda **Neugebauer**’in empirik (deneysel) yolla bulunduğunu zannettiği ve adına “[Antik Çağ’da Tam Bilimler](#)” verdiği kitabına tam bir yanıttır. Çünkü (1.11)’deki bağıntı aslında aşağıdaki teoremdaki (1.14)’teki ζ ’nin alt sınırından $n = 1$ için elde edilen bir yaklaşıktır!

Teorem 1.1 (04.12.2023, 03:59:46). $\forall n \in \mathbb{N}$ için r yarıçaplı çemberin çevresi $\zeta = 2\pi r$ olup içine ve dışına çizilen düzgün $3 \cdot 2^n$ -gen ile 2^{n+2} -genlerin çevreleri sırasıyla $\zeta_{3 \cdot 2^n} = 3 \cdot 2^{n+1} \sin \frac{2\pi}{3 \cdot 2^{n+1}} r$ ve $\zeta_{3 \cdot 2^n} = 3 \cdot 2^{n+1} \tan \frac{2\pi}{3 \cdot 2^{n+1}} r$ ile $\zeta_{2^{n+2}} = 2^{n+3} \sin \frac{2\pi}{2^{n+3}} r$ ve $\zeta_{2^{n+2}} = 2^{n+3} \tan \frac{2\pi}{2^{n+3}} r$ olmak üzere ζ için

$$(1.14) \quad \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}} < \zeta < \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}}$$

tam sıkıştırma teoremi geçerli olur.

Buna göre

$$(1.15) \quad \frac{\zeta_8^2}{\zeta_6} < \frac{\zeta_{16}^2}{\zeta_{12}} < \frac{\zeta_{32}^2}{\zeta_{24}} < \dots < \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}} < \dots < \zeta < \dots < \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}} < \dots < \frac{\zeta_{32}^2}{\zeta_{24}} < \frac{\zeta_{16}^2}{\zeta_{12}} < \frac{\zeta_8^2}{\zeta_6}$$

sıralaması mevcut olup bu oranlar çemberin ζ çevresine limitte

$$(1.16) \quad \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \zeta \xleftarrow{\infty \leftarrow n} \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}}$$

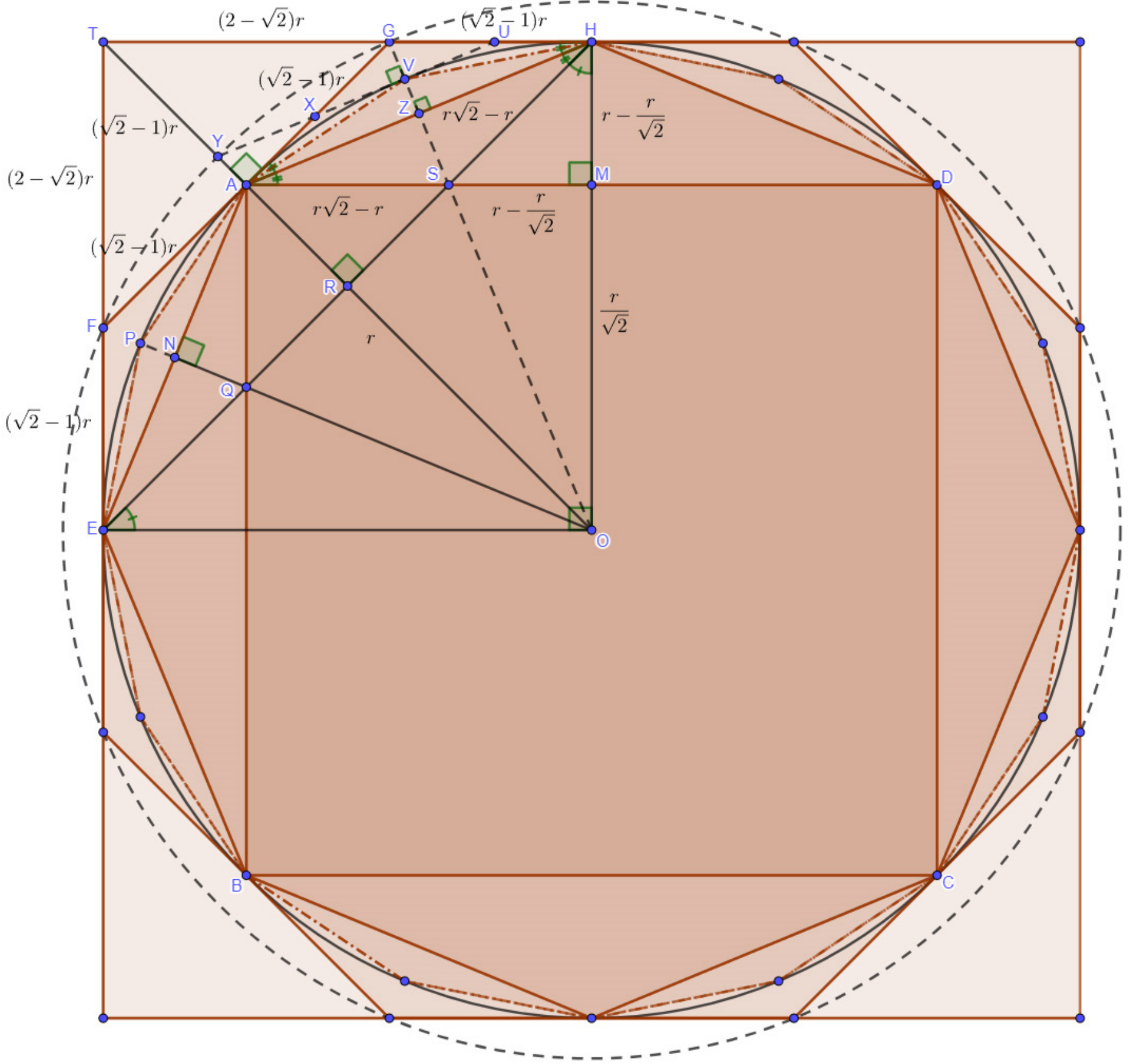
şeklinde yakınsarlarken şu sonuçlar geçerli olur (Y.N. Arzu eden olursa (1.14)’teki sınırlarda [RİK 4](#)’teki ekstrapolasyonlarımı kullanıp yakınsaklık hızlarını artırabilir. Bunlardan (2.39)’daki lineer ekstrapolasyon “**ATA 1 Algoritmaları**”na girerken (2.74) ya da (2.75)’teki yüksek mertebeden ekstrapolasyon “**ATA M Algoritmaları**”na girer. Burada “M” mertebedir ama aynı zamanda [ATA](#)’mıza bir sesleniştir ki bunu ilk kez “[ATA M Algoritmaları Ver. 2](#)”de yapmışım):

Π İçin (1.14)’teki Sınırların Değerleri		
n	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{\zeta_{2^{n+2}}^2}{\zeta_{3 \cdot 2^n}}$
0	3.0792014356780040773...	3.0792014356780040773...
1	3.1241943340101597397...	3.1698446628296072980...
2	3.1371402861459412858...	3.1501398833686745202...
3	3.1404732727769377001...	3.1438098004672649510...
4	3.1413124173816655366...	3.1421517862085428649...
5	3.1415225701318328689...	3.1417327369411489057...
6	3.1415751312004298530...	3.1416276931484303335...
7	3.1415882728971555772...	3.1416014146488550599...
8	3.1415915584106778935...	3.1415948439276362422...
9	3.1415923797946421585...	3.1415932011788211782...
10	3.1415925851409822032...	3.1415927904873356702...
11	3.1415926364775890255...	3.1415926878141966867...
12	3.1415926493117420943...	3.1415926621458952155...
13	3.1415926525202804467...	3.141592657288188024...
14	3.141592653224150401...	3.1415926541245496338...
15	3.1415926535229486888...	3.1415926537234823375...
16	3.1415926535730821010...	3.1415926536232155132...
17	3.1415926535856154541...	3.1415926535981488071...
18	3.141592653587487923...	3.1415926535918821306...
19	3.1415926535895321269...	3.1415926535903154615...
20	3.1415926535897279605...	3.1415926535899237942...

Tablo 1.1. π için r yarıçaplı çemberin içine ve dışına çizilen düzgün $3 \cdot 2^n$ -gen ile 2^{n+2} -genlerin çevrelerine göre (1.14)’teki sınırların yarısından elde edilen sonuçlar. Fakat bu oranlardan elde edilen sonuçlar ile oranlardaki düzgün çokgenlerin çevreleri hemen hemen aynıdır; fark sadece giriş değerlerindedir. Yani tablodaki sınırlar, oranlarda yer alan düzgün çokgenlerin çevrelerine daha baştan fark atar ama n değeri artıkça bu fark yavaş yavaş kapanır!

Bu tablodan gördüğünüz üzere (1.13)’teki 3;7,30 değeri ζ ’nin $n = 1$ için (1.14)’teki alt sınırından elde edilirken 3;7,30’u bilimsel olarak yani π ’den küçük olacak şekilde açıklayabilmek için $1 < n$ değerlerinin göz önüne alınması gerekir ki $n = 2$ için $\frac{\zeta_{16}^2}{\zeta_{12}} < \zeta$ ’nin alınması yeterlidir. Eski Babillilerin bu hesabı yapıp yapmadıkları tartışılabilir ama **Arşimet**’in [Önerme 1](#) ve [Önerme 3](#)’te yaptığını biliyoruz (Y.N. [Önerme 3](#)’te S. 23’teki tabloda düzgün kirişler 12-genin çevresinden $\pi_1 = \frac{7488}{2411} = 3.1057652426379095810 \dots$ ve aşağıdaki [Şekil 1.3](#)’ün altında da düzgün kirişler 4-gen, 8-gen ve 16-genlerin alanlarıyla ilgilenmiştir).

Şimdi de (1.14)’teki alt sınırdan $n = 2$ için $\frac{\zeta_{16}^2}{\zeta_{12}}$ oranındaki ζ_{12} ve ζ_{16} ’yı bulalım. Ama bunun için ilkin ζ_8 ’in ve sonra ζ_{16} ’nın nasıl bulunduğunu **Arşimet**’in [Önerme 1](#)’indeki şekilden göstereceğim!



Şekil 1.3. Merkezi O ve yarıçapı r olan dairenin içine çizilmiş kare ve düzgün kirişler 8-gen ve dışına çizilmiş kare ve düzgün teğetler 8-gen. Bu şekil Arşimet'in Önerme 1'inden alınma olduğu için Arşimet'in Önerme 1'deki hesaplarının anlaşılması için de son derece yararlıdır. Bu nedenle aşağıda Arşimet'in Önerme 1'deki tüm sonuçları inceleyeceğim.

Arşimet Önerme 1'de dairenin alanını, yüksekliği dairenin yarıçapı ve tabanı aynı dairenin çevresi olan dik üçgenin alanı olacak şekilde geometrik olarak formüle ettikten sonra bu formülü dairenin içine ve dışına çizdiği kare, düzgün 8-gen ve 16-genlerle ispatlamaya başlar. İlk $|TG| > |GA| = |GH|$ olduğunu bu şekilden kolayca görebilirsiniz. Çünkü GAT ikizkenar dik üçgenindeki $[GA]$ dik kenarı $[TG]$ hipotenüsünden daima küçük kalır ve dairenin içindeki düzgün 8-genin kenarlarının yarısı olan $|GA| = |GH|$ 'dir. İkinci olarak FTG ikizkenar üçgeninin alanı TEAH şeklinin alanının yarısından büyüktür. Buna göre $A(TEAH) = \frac{(2r)^2 - \pi r^2}{4} = \frac{4 - \pi}{4} r^2$ ve $A(FTG) = \frac{(2 - \sqrt{2})^2 r^2}{2} = (3 - 2\sqrt{2})r^2$ olduğundan $\frac{1}{2} \cdot \frac{4 - \pi}{4} r^2 = \frac{1}{2} A(TEAH) < A(FTG) = (3 - \sqrt{2})r^2$ eşitsizliğine göre $16\sqrt{2} - 20 < \pi$ yaklaşımı ortaya çıkar.

Bu hesabı şu şekilde basitleştirebiliriz: d çaplı dairenin alanı A ve onun teğetler karesinin alanı A_4 ve düzgün 8-genin alanı A_8 olmak üzere

$$(1.17) \quad \begin{aligned} A_4 &= A_8 + 4B, \\ A_4 &= A + 4C \end{aligned}$$

eşitlikleri geçerlidir. Burada $A(FTG) = B$ ve $A(TEAH) = C$ olmak üzere hiç hesap yapmadan $B < C$ olduğu açıktır ama Arşimet, Önerme 1'in II. kısmındaki ilk hesapta şu eşitsizliği verir:

$$(1.18) \quad \frac{C}{2} < B.$$

Eğer bu eşitsizlikte (1.17)'deki alanları yerlerine koyar ve gerekli hesapları yaparsak,

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{A_4 - A}{4} = \frac{C}{2} < B = \frac{A_4 - A_8}{4} \Rightarrow A_4 - A < 2A_4 - 2A_8 \Rightarrow 2A_8 - A_4 < A$$

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

eşitsizliklerinden A’nın alt sınırını şu şekilde elde etmiş oluruz:

$$(1.19) \quad 2A_8 - A_4 < A.$$

Bu sonuca göre

$$16(\sqrt{2} - 1) - 4.1 = 2.8 \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) r^2 - 4 \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) r^2 = 2A_8 - A_4 < A = \pi r^2 \Rightarrow 16\sqrt{2} - 20 < \pi$$

eşitsizliğinden yine aynı sonucu elde ederiz:

$$(1.20) \quad 2.627416997 \dots = 16\sqrt{2} - 20 < \pi.$$

Arşimet’in [Önerme 1](#)’deki ispatta kullandığı metodun ana fikri *Öklit*’in 12. kitabındaki [2. Önerme](#)sinden gelir ama *Heiberg*’in [Önerme 1](#)’de parantezler içinde belirttiği gibi *Öklit*’in [XII-2](#), [III-18](#), [VI-1](#) ve [X-1](#) önermelerinden yararlanarak hesaplarını yapar (Bkz. “*Arşimet’in Çember Ölçüsü: Önerme 1*”). Bu makalenin [3. sayfa](#)sının sonundaki 2. maddede *Öklit*’in [XII-2](#) önermesi için verilen eşitsizliğe göre, dairenin içine çizilen düzgün 2^n -genlere göre $0 < d_n = A - a_{2^n}$ için

$$(1.21) \quad d_{n+1} < \frac{d_n}{2}$$

iken (ki bu, [Önerme 1](#)’deki ispatın [I. kısmı](#)nda geçerlidir) dışına çizilen düzgün 2^n -genlere göre $0 < D_n = A_2^n - A$ için

$$(1.22) \quad D_{n+1} < \frac{D_n}{2}$$

eşitsizlikleri geçerli olur. Bu son eşitsizlik ise [Önerme 1](#)’deki ispatın [II. kısmı](#)nda geçerlidir ve *Arşimet*’in hesapları bu kısımda yer alır. Örneğin şekildeki dairenin dışına çizilmiş kare (düzgün 4-gen) ve düzgün 8-genin dairenin A alanıyla ilgili bağıntıları (1.17)’de olmak suretiyle

$$4C - 4B = A_4 - A - (A_4 - A_8) = A_8 - A = D_{n+1} < \frac{D_n}{2} = \frac{A_4 - A}{2} = \frac{4C}{2} \Rightarrow 4C - 4B < 2C \Rightarrow 2C < 4B \Rightarrow \frac{C}{2} < B$$

(1.18)’i gerçeklerken

$$A_8 - A = D_{n+1} < \frac{D_n}{2} = \frac{A_4 - A}{2} \Rightarrow 2A_8 - 2A < A_4 - A \Rightarrow 2A_8 - A_4 < A$$

(1.19)’u da gerçekler.

Buna göre eğer ispata devam edersek AVH yayının 2’ye bölündüğü ve bu 2’ye bölme noktasındaki V’den daireye bir teğet çizilirse bu teğetin GAVH (GAH) alanının yarısından fazlasını kestiği bildirilir ki $A(GUX) =: D$ ve $A(GAVH) =: E$ olmak üzere

$$(1.23) \quad \begin{aligned} A_8 &= A_{16} + 4D, \\ A_8 &= A + 4E \end{aligned}$$

için

$$4E - 4D = A_8 - A - (A_8 - A_{16}) = A_{16} - A = D_{n+1} < \frac{D_n}{2} = \frac{A_8 - A}{2} = \frac{4E}{2} \Rightarrow 4E - 4D < 2E \Rightarrow 2E < 4D \Rightarrow \frac{E}{2} < D$$

ve

$$A_{16} - A = D_{n+1} < \frac{D_n}{2} = \frac{A_8 - A}{2} \Rightarrow 2A_{16} - 2A < A_8 - A \Rightarrow 2A_{16} - A_8 < A$$

eşitsizliklerinden

$$(1.24) \quad \frac{E}{2} < D \Rightarrow 2A_{16} - A_8 < A$$

sonuçları geçerli olur ki *Thomas L. Heat*, bunu [Önerme 1](#)’in ispatının [II. kısmı](#)ndaki [2. hesapta](#) şöyle verir:

İngilizce: “Similarly, if the arc AH be bisected and the tangent at the point of bisection be drawn, it will cut off from the area GAH more than [one-half](#)”.

Türkçe: “Benzer şekilde, AH yayı ikiye bölünür ve ikiye bölme noktasındaki teğet çizilirse, GAH alanını yarıdan fazla kesecektir”.

Fakat orijinalde böyle bir şey yok. Şurası açıktır ki *Thomas L. Heat*, şekildeki FEA (Yunanca metinlerde) ya da GAH (Latince metinlerde) üçgeni için de (1.24)’teki $\frac{E}{2} < D$ eşitsizliğinin (1.18)’deki gibi gerçekleştiğini söyleyerek (ki D, FEA ve GAH üçgenlerinin alanlarını gösterir) orijinal metinlerde mevcut olmayan bir çıkarımda bulunmuş, dolayısıyla haddini aşmıştır!

BIG LITERARY FIND IN CONSTANTINOPLE

Savant Discovers Books by
Archimedes, Copied About
900 A. D.

IT OPENS A BIG FIELD

Whether the Turks Destroyed the Li-
braries When They Took the City
Always a Disputed Question.

COPENHAGEN, July 15.—Y. L. Heiberg, Professor of Philology in the University of Copenhagen, made a most interesting discovery in the Convent of the Holy Grave at Constantinople a few weeks ago.

While studying old manuscripts in the convent he discovered a number of palimpsests which, in addition to prayers and psalms of the twelfth century, included works by Archimedes.

The Archimedes manuscript was a copy made about the year 900 by a monk and later conveyed to Constantinople.

The Turkish authorities did not permit Prof. Heiberg to remove the manuscript. He was permitted, however, to make a copy of it, and this will shortly be published.

The fact that Prof. Heiberg copied the Archimedes manuscript apparently indicates that it consisted, entirely or in part, of works by Archimedes that have hitherto been lost, for he would hardly have taken the trouble to transcribe the books on plane geometry, solid geometry, arithmetic, and mechanics which have come down to us from among the writings by the great Greek. Perhaps, even, the manuscript found at Constantinople may contain the work, on notation which Archimedes is supposed to have written and which, when it was lost, meant the loss to the world of the system he invented.

But whether this is so or not, the discovery is of extraordinary interest as showing that ancient manuscripts do exist in Constantinople—that the old legend, "Where the Turk's foot is planted grass never grows again" does not apply to all the libraries that were in the city when Mohammed II. took it in 1453. It may even be that careful search would result in the discovery of the lost books of Livy and Cicero and many other treasures of antiquity that vanished between the close of the classical age and the Renaissance. Perhaps, indeed, the book the loss of which was the greatest literary loss the world ever suffered, the Poems of Sappho, will be at last recovered and one of the chief objects of the proposed excavation of Herculaneum will be attained in another way.

For it has always been a disputed question whether the Turks destroyed or preserved the libraries they found in Constantinople. It is known that the Turk was always reluctant to destroy writing, lest perchance it should contain the name of God, but a good many scholars have been of the opinion that this scruple did not weigh with Mohammed and his followers when they entered the great city and started to make a bonfire of the treasures of antiquity that were contained in it.

Some years ago J. C. Robinson obtained permission to enter the Sultan's library of manuscripts, and saw 3,000 of them ranged in leather cases upon the wall. He came to the conclusion that Western scholars had examined them long before and that there was nothing of value in them. As a matter of fact, there is no record of any such examination.

Meredith Townsend, in "Asia and Europe," made an appeal for the examination of this library. He said: "The Sultan's library should be searched through as the first condition of the next loan made to Turkey—if there ever is another—and permission demanded to hunt for that older and more valuable store of manuscripts believed or known to be stored in the crypt of St. Sophia. * * * That is the last place left where we shall be likely to make a great literary find, and it should be searched before the great day when the destiny of the Ottomans is completed, and Constantinople once more sinks down, a mass of blood-stained ruins, fired by its possessors before they commence their final retreat to the desert from which, in the mysterious providence of God, they were suffered to emerge, in order to destroy the eastern half of the civilized world. The only other chance is in the Shereefal Palace, at Morocco, and it is uncertain if a library exists there."

Mr. Townsend might have referred to the further chance, a slight one, it is true, but still a chance, that the Chinese Empire may contain some of the lost treasures of the past. But the Danish savant's discovery in Constantinople indicates that that city is by far the best hunting ground for the modern Humanists, if any still exist.

The New York Times

Published: July 16, 1907

Copyright © The New York Times

Önce haberimize bakalım!

İSTANBUL'DA BÜYÜK EDEBİ KEŞİF

Bilgin, *Arşimet*'in M.S. 900 Yılında Kopyalanmış Kitaplarını Keşfetti

BÜYÜK BİR ALAN AÇIYOR!

Türklerin Şehri Aldıklarında Kütüphaneleri Yok Edip Etmedikleri Her Zaman Tartışmalı Bir Konu Olmuştur.

KOPENHAG, [15 Temmuz](#).- Kopenhag Üniversitesi Filoloji Profesörü **J. L. Heiberg**, birkaç hafta önce İstanbul'daki Kutsal Mezar Manastırı'nda (Kutsal Kabir [Metochion](#)'nun özel kütüphanesi) çok ilginç bir keşifte bulundu.

Manastırdaki eski el yazmalarını incelerken 12. yüzyıla (14 Nisan 1229) ait dua ve mezmurların yanı sıra *Arşimet*'in eserlerini de içeren bir dizi palimpsest ([Archimedes Palimpsest](#)) keşfetti.

Arşimet el yazması, 900 (975) yılı civarında bir keşiş tarafından yapılmış ve daha sonra İstanbul'a iletilmiş bir kopyaydı.

Türk (Osmanlı) yetkililer Profesör **Heiberg**'in el yazmasını götürmesine izin vermemişlerdir. Ancak **Heiberg**'in el yazmasının bir kopyasını çıkarmasına izin verilmiştir ve bu kopya kısa süre içinde yayınlanacaktır.

Profesör **Heiberg**'in Arşimet el yazmasını kopyalamış olması, bunun tamamen ya da kısmen *Arşimet*'in şimdiye kadar kaybolmuş eserlerinden oluştuğunu göstermektedir. Çünkü büyük Yunanlının yazıları arasından bize ulaşan düzlem geometrisi, 3-boyutlu geometri, aritmetik ve mekanik kitaplarını yazıya dökme zahmetine girmiş olması pek mümkün değildir. Hatta belki de İstanbul'da bulunan el yazması, *Arşimet*'in yazdığı varsayılan ve kaybolduğunda icat ettiği sistemin dünya için kaybı anlamına gelen notasyon üzerine çalışmayı içeriyor olabilir.

Ancak böyle olsun ya da olmasın, bu keşif İstanbul'da eski el yazmalarının var olduğunu göstermesi açısından olağanüstü ilgi çekicidir - eski efsane olan *"Türk'ün ayağının bastığı yerde bir daha ot bitmez"* sözü, [II. Mehmet \(Fatih Sultan Mehmet\)](#) 1453'te şehri aldığıında şehirde bulunan tüm kütüphaneler için geçerli değildir. Hatta dikkatli bir araştırma sonucunda *Livy* ve *Çiçero*'nun kayıp kitaplarının ve klasik çağın kapanışı ile Rönesans arasında kaybolan diğer birçok antik hazinenin keşfedilmesi bile mümkün olabilir. Belki de, gerçekten de, kaybı dünyanın yaşadığı en büyük edebi kayıp olan *Sappho*'nun Şiirleri kitabı sonunda kurtarılacak ve önerilen Herculaneum kazısının ana hedeflerinden birine başka bir şekilde ulaşılacaktır.

Çünkü Türklerin İstanbul'da buldukları kütüphaneleri tahrip mi ettikleri yoksa muhafaza mı ettikleri her zaman tartışmalı bir konu olmuştur. Türklerin, Tanrının adını içermeye ihtimaline karşı yazıları yok etme konusunda her zaman isteksiz oldukları bilinmektedir. Ancak pek çok bilim adamı, [Mehmet](#)'in ve büyük şehrin bu endişeyi taşımadığı ve içinde bulunan antik hazineleri yakmaya başladığı görüşündedir.

Birkaç yıl önce **J.C. Robinson**, Sultan'ın el yazmalarından oluşan kütüphanesine girmek için izin aldı ve 3000 tanesinin deri kutular içinde duvarda sıralandığını gördü. Batılı bilim adamlarının bunları çok daha önce inceledikleri ve içlerinde değerli hiçbir şey olmadığı sonucuna varılmıştır. Aslına bakılırsa, böyle bir incelemeye dair hiçbir kayıt yoktur.

Meredith Townsend, *"Asya ve Avrupa"* adlı kitabında bu kütüphanenin incelenmesi için bir çağrıda bulunmuştur. Şöyle demiştir: "Sultan'ın kütüphanesi, Türkiye'ye yapılacak bir sonraki ödünç vermenin ilk koşulu olarak -eğer bir başkası varsa- araştırılmalı ve büyük bir edebi keşif yapabileceğimiz son yerde saklandığına inanılan veya bilinen daha eski ve daha değerli el yazmaları deposunu avlamak için izin istenmelidir, Osmanlı'nın kaderinin tamamlandığı ve İstanbul'un bir kez daha kanla lekelenmiş bir harabe yığını olarak yere çöktüğü o büyük günden önce (bkz. *"Batış Yılları"*), Tanrının gizemli takdiriyle, uygar dünyanın doğu yarısını yok etmek için çıkmalarına izin verilen çöle doğru son geri çekilişlerine başlamadan önce sahipleri tarafından kovularak aranmalıdır. Diğer tek şans Fas'taki [Kraliyet Sarayı](#)'nda ve orada bir kütüphane olup olmadığı belirsiz."

Bay **Townsend**, Çin İmparatorluğu'nun geçmişin kayıp hazinelerinden bazılarını barındırıyor olabileceğine dair doğru, küçük ama yine de bir şans olan başka bir şansa da atıfta bulunabilirdi. Ancak Danimarkalı bilginin İstanbul'daki keşfi, eğer hala varsa, bu şehrin modern Hümanistler için açık ara en iyi avlanma alanı olduğunu göstermektedir.

Kaynak. [The New York Times, 16 Temmuz 1907.](#)

The New York Times'dan Skandal İfadeleri!

Öncelikle bu haberi yayımlayan The New York Times gazetesi yetkililerinin (ki haberde editör adı geçmez; sadece gazetenin adı verilir), Türkiye-Yunanistan arasındaki tarihsel ilişkileri husumete çevirerek "Nefret Suçu" işledikleri açıktır. Bu nedenle The New York Times gazetesinin şimdiki yetkililerinin bir özür borcu vardır ve bu özür 117 yıldır dilenmemiştir.

Haberdeki hatalar ise saymakla bitmez. Bunlardan bazılarını parantez içinde düzelttim. Parantez içine sığmayanları burada vereyim.

1. Danimarkalı dil bilimci **J. L. Heiberg** 1906 yazında İstanbul'da sadece bir büyütle Güneş ışığı altında dua metninin altındaki *Arşimet*'in çalışmalarını mükemmel bir şekilde okudu ve 1 yıl sonra Kopenhag'da keşif raporunu sundu. Bu

Bölüm 1: Eski Babilonya'da II

rapordan yansıyanlardan biri yukarıda gördüğünüz haberdır (Y.N. Benzer bir çalışmayı 2022 yazında *Da Vinci* ve *Cesariano*'nun çizimlerinde yapmışım. Bkz. [“Avrupa Rönesansı’ndaki ‘Mükemmel Adam’ Figürleri”](#), S. IV, S. 18, S. 29. Daha fazla bilgi için [“Avrupa Rönesansı’ndaki ‘Mükemmel Adam’ Figürleri”](#) bakınız).

2. Haberde “Türk” kelimesi geçer ama doğrusu “Osmanlı” olmalıdır. Bize göre her ikisi de Türk’tür (Bkz. [“Osmanlı Türkleri”](#)).

3. *Heiberg*’e izin veren yetkililer Türk yetkilileri değil Yunan Ortodoks Kilisesi yetkilileridir. Çünkü *Arşimet*’in palimpsesti aynı zamanda bir dua kitabıydı ve bu kitap İstanbul’daki Kutsal Kabir *Metochion*’nun özel kütüphanesindeydi (Bkz. [“Archimedes Palimpsest”](#). “Modern” başlığının altındaki ilk paragraf).

4. Haberin sonundaki *Meredith Townsend*’in emperyalist azgınlıkla her yere fütursuzca dalma isteği, *Rudyard Kipling*’de olduğu gibi *Bati’nın İslam ile bitmeyen kavgası*’nı anımsatır (Y.N. 90’lı yıllarda “Yakın Tarih” ansiklopedisinden hatırladığım kadarıyla *Kipling*’in, *Tarrant*’ın ifadelerine paralel ve Haçlı Seferleri’ni andıran, “*Ayasofya’nın minarelerini yıkacağız, halılarını yağmalayacağız!*” şeklinde bir şiiri vardı. Bkz. [“2.5. Türk Düşmanlığı”](#), S. 635, 4. Paragraf).

5. *Heiberg*’in *Arşimet*’in tüm eserlerini 1910-1912’de ([“Archimedes Opera Omnia, Cilt I-1910”](#), [“Archimedes Opera Omnia, Cilt II-1912”](#), [“Archimedes Opera Omnia, Cilt III-1880-1”](#)) yayımlamasından sonra (ki kısa bir süre sonra *Arşimet*’in Yunanca metni *T. L. Heath* tarafından [“The Method of Archimedes”](#) kitabıyla İngilizceye çevrildi. Yazar, 1912’deki bu ilk yayınından sonra 1920’de *Arşimet*’in çalışmalarını tanıttığı [“Men of Science: Archimedes”](#) kitabını yayımladı) *Arşimet* Palimpsesti’nin başına gelenler belirsizdir (Y.N. Bu konuda başta [“Arşimet Kodeksi”](#), The Great Race, Part II: The History of the Palimpsest, S. 117-137 ve [“Arşimet’in Kayıp Kitabı”](#) olmak üzere sayısız kaynağa bakabilir ve diğer bilgileri konulara uygun yazdığım [“Daire çevresi Ölçmesi: Önerme 3”](#); [RİK 2](#), “*Arşimet* Palimpsesti’ne Bakmak Gerekıyor!”, S. 10-13; [RİK 3](#), “Atatürk Hedef Alınıyor!”, S. 30; [RİK 4](#), “Önerme 3’teki Kesirlere Bakmak Gerekıyor!”, S. 33-35’te bulabilirsiniz). Bu kaynakları okuduktan sonra şu net sonucun çıktığını göreceksiniz: Yunanlılar, M.Ö. 3. yy’da papirüslere yazdığına inanılan *Arşimet*’in çalışmalarını 975’te bir parşömene kopyalayarak kitaba çevirdiler, 1229’da parşömeni palimpseste çevirerek dua kitabında 1 milenyum boyunca sakladılar, en kötüsü çürümeye terk ettiler (ki bu hem fiziksel hem tarihsel hem de bilimsel idi. *Heiberg*’in 15 Temmuz 1907 tarihli keşif raporundan önce *Arşimet*’in çalışmaları matematikçiler, fizikçiler ya da tarihçiler arasında yaygın olarak bilinmiyordu. Örneğin *Newton*, *Arşimet*’in [METOT](#)’ta kullandığı ve integralin öncüsü olan yöntemi hiç göremedi) ve en sonunda *Heiberg* ile kurtardıklarını düşündükleri zaman kütüphanedeki bir görevli araya girerek, kitabı piramitlerdeki gibi çalıp bir Fransız seyyah ve iş insanı olan *Marie Louis Siriex*’e (Yunanlılara göre 1920’lerde) sattı (Bkz. [“3. Amenemhat’ın Piramiti’ndeki Soygun”](#)). Bu durumda [Arşimet’in Palimpsesti](#)’nin çalınmasından ne Osmanlı’nın Son Dönemi’ndeki yöneticiler ne de Yeni Türkiye Cumhuriyeti yöneticileri, özellikle kurucu önderimiz *Atatürk*, sorumlu tutulamaz (Bkz. [S. 29](#)). Tam tersine *Atatürk*, Kurtuluş Savaşı’ndan galip çıkmasına rağmen ve üstelik *Venizelos*’un başlattığı Türk-Yunan Dostluğuna destek vererek 2 ülke arasındaki ilişkilerin gelişmesine neden oldu. Bu gelişmeler sonucunda *Venizelos*, 12 Ocak 1934’te Oslo Nobel Ödülü Komitesi’ne Fransızca bir mektup göndererek *Atatürk*’ü Nobel Barış Ödülü’ne aday gösterdi! (Bkz. [“Venizelos’un Atatürk’ü Nobel Barış Ödülü’ne Aday Göstermesi”](#))

New York Times (ki yayıncısı ilk haberde değil ama 1935’ten ironik bir şekilde aile boyu *Yahudi* idi), dedektiflik araştırmasına devam ediyor ve 104 yıl sonra yine aynı saldırgan üslubuyla aşağıdaki makaleyi yayımlıyor. Bu sefer hedefinde Naziler yaklaşırken Paris’ten kaçmaya çalışan Yahudi bir kitap tüccarı, Fransız bir özgürlük savaşçısı ve isimsiz bir milyarder koleksiyoncu yer alıyor!

Gölgelerdeki Arşimet’i Bulmak!



Resim 1.8. Kayıp ve Bulunmuş: *Arşimet*’in Sırları, Baltimore’daki Walters Sanat Müzesi’nde sergilenen ve restore edilen [“Arşimet Palimpsesti”](#) adlı kitap.

Yazan *Edward Rothstein*, 16 Ekim 2011.

BALTIMORE – “*Arşimet Palimpsesti* (The Archimedes Palimpsest)” bir *Robert Ludlum* geriliminin başlığı olabilir, ancak olay örgüsünün ezoterik esrarı *Dan Brown*’ın bir sonraki “*Da Vinci Şifresi*” varyasyonunda da işine yarayabilir. M.Ö. 3. yüzyılda yaşamış, şakacı zekâsıyla tanınan Yunan matematikçi *Arşimet*’i, 100 yıldan uzun bir süre önce İstanbul’da bir manastırda bulunan kayıp yazılarını ve yağma, hırsızlık ve şaşırtıcı sahtekârlıklarla ilgili çeşitli olayları konu alıyor. Bu destanda Yahudiye çölündeki bir manastır, Naziler yaklaşırken Paris’ten kaçmaya çalışan Yahudi bir kitap tüccarı, Fransız bir özgürlük savaşçısı ve isimsiz bir milyarder koleksiyoncu yer alıyor.

Merkezde, parşömeni 13. yüzyıldan kalma bir dua kitabına dönüştürülmüş eski bir cilt var. Ve doruk noktasında, kenarları kömürleşmiş ve dindar keşişlerin mumlarından damlayan balmumuyla yaralanmış bu eski yaprakların, 21. yüzyılın en gelişmiş görüntüleme teknolojileri kullanılarak uluslararası bir ekip tarafından 12 yıl boyunca titizlikle incelendiğini görüyoruz. Ve bulunan şey, beklenenden çok daha açıklayıcıdır.

Arşimet Palimpsesti tam olarak böyle bir geçmişe sahiptir. Gerçekten de *Arşimet*’in M.Ö. 3. yüzyıla ait yazılarının 10. yüzyıla ait bir kopyasıyla başlıyor. 300 yıl sonra bu yazılar parşömenden kazınarak yeniden kullanılmış ve ortaya bir “palimpsest” çıkmıştır. Tam teşekküllü bir gerilim romanını destekleyecek kadar

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

ceset ya da gizli dolaplar olmasa da, Walters Sanat Müzesi’ndeki bir sergide kitabın tarihi, restorasyonu ve anlamları anlatılırken gerçekten heyecan duyuluyor: “Kayıp ve Bulunmuş: Arşimet’in Sırları”.

Hikâyenin neredeyse hiçbir yanı sıradan ya da banal değil. Müzenin el yazmaları küratörü **William Noel**, “The Archimedes Codex (Da Capo)” adlı yardımcı kitapta, destanın nasıl sonuca ulaştırıldığını anlatıyor. 1998 yılında, palimpsestin Christie’s müzayedesinde isimsiz bir alıcıya 2 milyon dolara satıldığını okuduktan sonra, müzenin müdürü **Gary Vikan**, Bay **Noel**’e eseri kimin satın aldığını ve Walters’ta sergilenip sergilenemeyeceğini araştırmasını önermiş.

Alıcı, kitabı Bay **Noel**’e teslim etmekle kalmadı, aynı zamanda bilim insanları ve diğer uzmanlar kitabı restorasyon ve araştırma için parçalara ayırırken proje için fon da sağladı. Adının açıklanmasını istemeyen sahibi, tüm bulguların ve görüntülerin kamuya açık olmasını da şart koştu. (Önümüzdeki ay Cambridge University Press ekibin keşiflerini 2 cilt halinde yayınlayacak).

İlk başta bu yaygarayı anlamak zor olabilir. Serginin başlangıcında palimpsestten 2 yaprakla yüz yüze geliyorsunuz; tek gördüğünüz harap olmuş bir el yazmasının yanmış, lekelenmiş ve dualarla yazılmış bir parçası. Ancak zorlukla görülebilen kırmızımsı metin satırları, bu dualara dik olarak uzanıyor. Ayrıca bir şeklin, bir spiralin hayaletini de seçebiliyorsunuz. Bu yaprakların üzerindeki bir dizi slayt, aynı sayfaları renkli ışıklar altında göstererek çeşitli ayrıntıları ortaya çıkarıyor.

Bu yan yana yerleştirme, palimpsestin ve onu keşfetmek için kullanılan teknolojinin ortaya çıkardığı zorluğu düzgün bir şekilde göstermektedir. Palimpsestin doğası bu çabayı daha da karmaşık hale getiriyor. Silindikten sonra her yaprak 90 derece döndürülmüş ve ikiye katlanmış, böylece bir Arşimet sayfası 2 dua kitabına dönüşmüştür.

Görünüşe göre bu kitap yüzyıllar boyunca Yahudiye Çölü’ndeki Aziz Sabbas Manastırı’nda kullanılmış. Kuleleri, **David Roberts**’ın 1842’de yaptığı ve burada gösterilen uhrevi Kutsal Topraklar resimlerinden birinde kayaların arasından dışarıya bakıyor. Ama o zamana kadar kitap ortadan kaybolmuştu. 1844 yılında bir İncil bilgini İstanbul’daki Kutsal Kabir Metohion’unda kitaba rastladı ve altındaki ilginç matematiği gördü; kitaptan bir yaprak onun terekesinde bulundu ve Cambridge Üniversitesi Kütüphanesi’ne teslim edildi.

Daha sonra 1906 yılında Danimarkalı Arşimet uzmanı **Johan Ludvig Heiberg** kitabı İstanbul’da görmüş ve duaların arkasında **Arşimet**’in 7 risalesini fark etmiştir; bu da kitabı **Arşimet**’in yazıları için var olan en eski kaynak ve bilinmeyen 2 eser olan “Metot” ve “Stomachion” için tek kaynak haline getirmiştir. **Heiberg** metnin büyük bir kısmını deşifre etmiş ve Kopenhag’da üzerinde çalıştığı fotoğrafları çekmiştir.

Heiberg’in bulunacak her şeyi keşfettiği varsayılıyordu; bu da, hırpalanmış cilt neredeyse bir yüzyıl sonra satışa sunulduğunda, çok az alıcının zenginliklerinin peşinden koşmasının bir nedeni olabilir.

Yine de Walters için şaşırtıcı olan, gerekli restorasyonun boyutuydu. Palimpsest 20. yüzyılın büyük bölümünde ortadan kaybolmuştu. **Heiberg**’in kitabın yapraklarıyla yan yana koyduğu fotoğraflar, o yüzyılın kitabın durumu için ne kadar yıkıcı olduğunu gösteriyor. Bazı yapraklar kayboldu. Orta Çağ’dan kalma gibi görünen Evangelist illüstrasyonları bazı sayfalara açıklanamaz bir şekilde çizilmişti.

Restorasyonun bir parçası olarak kitabın tarihi incelendi ve burada araştırıldı. I. Dünya Savaşı’nın İstanbul’un Rum cemaatleri üzerindeki yıkıcı etkisi çok sayıda eseri etkilemiştir. Metochion’da da bazı hasarlar meydana gelmiş olabilir. Benzer lekeler başka bir Metochion’da da görülmektedir.

Sergide ayrıca palimpsestin 1932 yılında Paris’teki Yahudi bir tüccar olan **Salomon Guerson** tarafından satışa sunulduğu belirtiliyor. Ancak alıcı bulunamamıştır. **Guerson**’un, Nazi işgali altındaki Paris’ten kaçmak için daha cazip bir cilt yaratarak para toplamak amacıyla sahte illüstrasyonlardan sorumlu olabileceği öne sürülüyor (Resimlerde kullanılan yeşil pigment ancak 1938’den sonra bulunabilmiştir). Palimpsest daha sonra **Guerson**’un arkadaşı, kızı **Ann Guerson**’un oğluyla evlenen Direniş savaşçısı **Marie Louis Sirieix**’in eline geçmiştir; **Ann** el yazmasını 1998’de satışa çıkarmıştır.

Sergi aynı zamanda, müzenin el yazmaları kıdemli konservatörü **Abigail Quandt**’in 20. yüzyıl ortalarında yapıştırıcıları çözmeye, parçaları incelemeye ve enkazı kaldırmaya çalışarak, çağdaş teknolojiler çıplak gözle görülemeyeni ortaya çıkarana kadar sürdürdüğü kahramanca restorasyonu da ele alıyor.

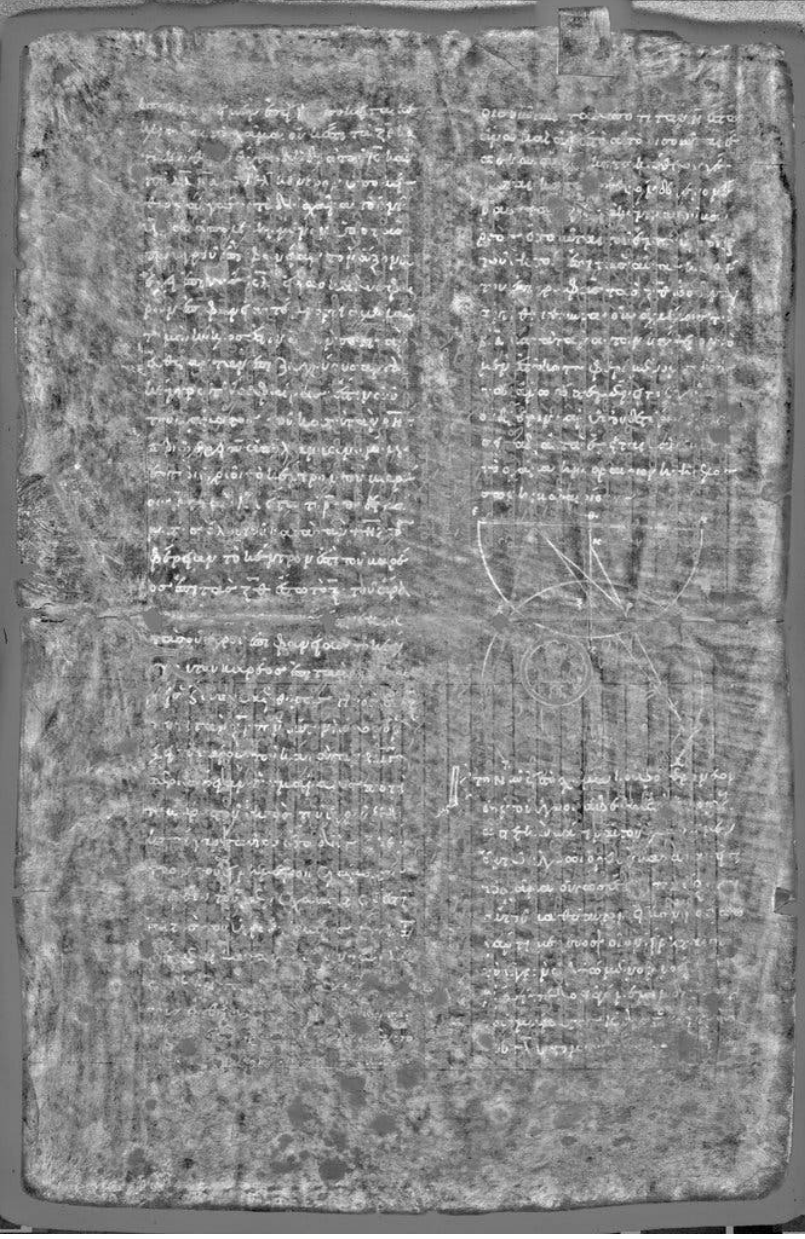
M.Ö. 4. yüzyılda yaşamış büyük hatip **Hyperides**’in 2 konuşmasının bulunması da dahil olmak üzere bazı keşifler kamuoyuna açıklandı. Ayrıca **Arşimet**’in eserlerinden biri olan “Stomachion”, Stanford Üniversitesi’nde bir klasikçi ve yardımcı kitabın ortak yazarı olan **Reviel Netz** tarafından yorumlanabilecek kadar ayrıntılı bir şekilde ortaya çıkarıldı: Bir dizi parçanın bir kare biçiminde kaç şekilde düzenlenebileceğini incelemeye yönelik bir girişimdi. Ziyaretçilerden bu soruyu keşfetmek için renkli keçe parçalarını hareket ettirmeleri isteniyor; Bay **Netz**’e göre bu, Yunan matematiğiyle ilişkilendirilmemiş bir sorgulama tarzı. “Stomachion” başlığına gelince, sergi bize şöyle diyor: “Antik dünyada, eğer bir bulmacanız varsa, bir zeka oyununa sahip değilsinizdir - mide sorunuz vardır”.

Serginin belgelerin içeriğine odaklanan son galerisi ise neredeyse fazlasıyla üstünkörü. Müzenin diğer restorasyon projelerini detaylandıran bir galeriye yer vermesi yerine, bu matematiksel bölümü daha da genişletmesi çok daha aydınlatıcı olurdu.

Bunun yerine tamamlayıcı kitaba dönün ve **Arşimet**’in geometrik ispatlarını okuyun. Bay **Netz**, bu el yazmasındaki şekillerin **Arşimet**’in çizdiklerine en yakın şekiller olabileceğini savunuyor. Bunların resimsel olması amaçlanmamıştı, diyor. Aslında, eğer sonucu çok yakından gösteriyor gibi görünselerdi, ispattan çok örnek gibi görünürlerdi.



Resim 1.9. **Arşimet**’in yazıları kaldırılmış ve yerlerine dualar ve daha sonra da Evangelistlerin boyalı illüstrasyonları yerleştirilmişti. Gelişmiş görüntüleme teknolojilerini kullanan uluslararası bir ekip, orijinal kelimeleri ortaya çıkarmak için Arşimet Palimpsesti’nin üzerinde 12 yıl boyunca çalıştı.



Resim 1.10. *Arşimet*’in “Yüzen Cisimler” metnini gösteren işlenmiş bir görüntü.

Bu yüzden düz çizgilerin kasıtlı olarak eğri gibi gösterildiğini; noktaların dengesiz yerleştirildiğini; ve burada, sergide, yüzen cisimlerle ilgili bir tartışmada alışılmadık bir örnek görüyoruz (*Arşimet*’in içgörü coşkusuyla banyodan fırlayıp dışarıda çırlıçıplak koşarak “**Eureka! (Buldum!)**” diye bağırduğu hikâyeye yol açan konu). Şekil, tamamlanmamış bir sıvı kürenin içinde oturan ters çevrilmiş bir yarım daireyi gösteriyor.

Sergi, *Arşimet*’in “gerçek dünya fenomenlerinin radikal bir idealizasyonunu” yaratıldığını öne sürüyor. Ama aynı zamanda, düz çizgiler ve düzenli nesnelerden oluşan ideal dünyanın, gerçek dünyanın eğrileri ve karmaşıklıklarına yalnızca bir yaklaşım olduğunu da biliyor olabilir. Bu tür yaklaşımlar ve hesaplamalar onun meşguliyetleri arasındaydı. Bay *Netz*, 17. yüzyıl kalkülüsünün ve modern matematiğin diğer yönlerinin öngörülerini görüyor.

Ve baştan sona, antik dünyanın sınırlarında muzaffer bir şekilde duran, birikmiş felaketler ve yıkım katmanları arasından bize bakan ve hayatta kalan birinin ipuçlarını görüyoruz - tıpkı iyi bir gerilim filminin kahramanı gibi.

Not. Bu makalenin bir versiyonu 17 Ekim 2011 tarihli New York baskısının C Bölümü, Sayfa 1’de “*Gölgelerdeki Arşimet’i Bulmak!*” adıyla manşetten yayınlanmıştır. Ayrıca “*Lost and Found*” sergisi 1 Ocak’a kadar Baltimore’daki Walters Sanat Müzesi’nde görülebilir.

İşte *Heiberg*’in 1906 yazında İstanbul’dayken yaptığı okumaya göre [Önerme 1](#)’in ispatının [II. kısım](#)ındaki [2. hesaptaki](#) Yunanca orijinal metin şöyledir:

1. Yunanca: “10. καὶ τὸ $ΠΟΠ$ τρίγωνον ἄρα τοῦ $OZAM$ σχήματὸς μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ $ἥμισυ$. λελείφθωσαν οἱ τῷ $ΠΖΑ$ τομεῖ ὅμοιοι ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ἡ ὑπερέχει τὸ E τοῦ $ΑΒΓΔ$ κύκλου ἔτι ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον τοῦ E ἔστιν ἔλασσον ὅπερ ἄτοπον.”

2. Latince: “10. itaque etiam triangulus $ΠΟΠ > \frac{1}{2}OZAM$) $ΠΖΑ$ similia minora eo spatio, quo E triangulus circulum $ΑΒΓΔ$ excedit) itaque figura rectilinea circumscripta adhuc minor est triangulo E ; quod fieri nequit; est enim maior, quia NA aequalis est catheto trianguli, perimetris autem maior basi trianguli) ergo circulis aequalis est triangulo E .”

3. Türkçe: “10. Bu nedenle $ΠΟΠ > \frac{1}{2}OZAM$ ’dir. $ΠΖΑ$ üçgeni de benzer şekilde E üçgeninin $ΑΒΓΔ$ dairesini aştığı yerde benzer şekilde daha küçüktür, bu nedenle çevrelenen doğrusal şekil E üçgeninden hala küçüktür; ki bu yapılamaz; çünkü daha büyüktür, çünkü NA üçgenin yüksekliğine eşittir ve çevresi üçgenin tabanından daha büyüktür, bu nedenle daireler de E üçgenine eşittir.”

İşte bu metin *Thomas L. Heat*’in yukarıda arz ettiğim gibi çok ileri gittiğini gösterir. Çünkü metinde sadece $ΠΖΑ$ üçgeninin $ΠΟΠ > \frac{1}{2}OZAM$ eşitsizliğini gerçekteleyen $ΠΟΠ$ üçgeni gibi olduğu söyleniyor ama daha fazla bir şey söylenmiyor. Anlaşılan şey şu ki, *Thomas L. Heat* eksik kalan bu cümleyi tamamlamış!

Şu halde (1.24)’ten

$$32 \left(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2} - 1 \right) - 8(\sqrt{2} - 1) = 2.16 \tan\left(\frac{\pi}{16}\right) r^2 - 8 \tan\left(\frac{\pi}{8}\right) r^2 = 2A_{16} - A_8 < A = \pi r^2 \Rightarrow 32\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - 40\sqrt{2} - 24 < \pi$$

eşitsizliğinden şu sonuç elde edilir:

$$(1.25) \quad 3.051487257 \dots = 32\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - 40\sqrt{2} - 24 < \pi.$$

Şimdi de şekildeki 1. dairedeki düzgün kirişler 8-geninin çevresini bulalım. AMH dik üçgenindeki Pisagor bağıntısından $[AH]$ hipotenüsünün, dolayısıyla bu düzgün 8-genin bir kenarını

$$|AH|^2 = |AM|^2 + |MH|^2 = \left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(r - \frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2 = (2 - \sqrt{2})r^2 \Rightarrow |AH| = \sqrt{2 - \sqrt{2}}r$$

eşitliklerinden bulmuş ve buradan düzgün 8-genin çevresini şöyle elde etmiş oluruz:

$$(1.26) \quad \varsigma_8 = 8\sqrt{2 - \sqrt{2}}r.$$

İkinci olarak $[AV]$ GAZ üçgeninde iç açıortay olduğundan ([1. iç açıortay teoremine](#) göre)

$$\frac{|AG|}{|AZ|} = \frac{|GV|}{|VZ|} \Rightarrow \frac{|AG|}{\frac{|AH|}{2}} = \frac{|AY|}{|VZ|} \Rightarrow \frac{(\sqrt{2} - 1)r}{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}r} = \frac{(\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} - 1)r}{|VZ|} \Rightarrow |VZ| = \frac{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}r$$

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

elde edilir ki HVZ dik üçgeninden düzgün kirişler 16-geninin bir kenar uzunluğunu

$$|HV|^2 = |HZ|^2 + |VZ|^2 = \left(\frac{|AH|}{2}\right)^2 + |VZ|^2 = \left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}r\right)^2 + \left(\frac{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}r\right)^2 = \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)r^2 \Rightarrow |HV| = \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}r$$

şeklinde elde eder ve çevresini şu şekilde bulmuş oluruz:

$$(1.27) \quad \varsigma_{16} = 16\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}r.$$

Üçüncü olarak Şekil 1.1’de $|OG| = \frac{\sqrt{3}}{2}r$ için $|GH| = r - \frac{\sqrt{3}}{2}r$ olduğundan AGH dik üçgeninden düzgün kirişler 12-geninin bir kenar uzunluğunu

$$|AH|^2 = |AG|^2 + |GH|^2 = \left(\frac{r}{2}\right)^2 + \left(r - \frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2 = (2-\sqrt{3})r^2 \Rightarrow |AH| = \sqrt{2-\sqrt{3}}r$$

şeklinde elde eder ve çevresini şu şekilde bulmuş oluruz:

$$(1.28) \quad \varsigma_{12} = 12\sqrt{2-\sqrt{3}}r.$$

Şu halde $n = 2$ için (1.14)’teki alt sınıra göre

$$\frac{\varsigma_{16}^2}{\varsigma_{12}} = \frac{\left(16\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}r\right)^2}{12\sqrt{2-\sqrt{3}}r} = \frac{64(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}{3\sqrt{2-\sqrt{3}}}r$$

eşitliklerinden şu sonuç elde edilir:

$$(1.29) \quad \frac{\varsigma_{16}^2}{\varsigma_{12}} = \frac{64(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}{3\sqrt{2-\sqrt{3}}}r.$$

Fakat bu bağıntıda $\sqrt{2} = 1; 24,51,10$ ve $\sqrt{3} = 1; 43,55,22$ değerlerinin bilinmesi gerekir ki bunları yerlerine koyar ve gerekli işlemleri yaparsak,

$$\frac{64(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})}{3\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{64(2-\sqrt{2+1;24,51,10})}{3\sqrt{2-1;43,55,22}} = \frac{64(2-\sqrt{3;24,51,10})}{3\sqrt{0;16,04,38}} = \frac{64(2-1;50,51,56)}{3.0;31,03,30} = \frac{64.0;09,08,04}{1;33,10,30} = \frac{9;44,36,16}{1;33,10,30} = 9;44,36,16.0;38,38,13 = 6;16,27,20$$

yaklaşık değerini elde eder ve bunu da (1.14)’e göre değerlendirirsek,

$$6;16,27,20r < \frac{\varsigma_{16}^2}{\varsigma_{12}} \lesssim \zeta = 2\pi r \Rightarrow 3;08,13,40 < \pi$$

alt sınır değerini şu şekilde bulmuş oluruz:

$$(1.30) \quad 3.1371\textcolor{red}{2962922222} \dots = 3\frac{1481}{10800} = 3;08,13,40 < \pi.$$

Burada hemen şunu söyleyebilirim ki, Eski Babilonya Matematiği’nde bu hesabın altına girilmesi oldukça güçlü. Kaldı ki aynı hesap *Arşimet*’in zamanında bile güçlü! Bu da (1.13)’teki sonucun (1.12)’deki hesaptan çıkarıldığını ve bu sonucun da doğru olup olmadığına ilişkin (1.29) ile karşılaştırmaktan başka bir çare bırakmaz. Belki de (1.30)’daki değer buradaki gibi elde edilmiştir, kim bilir!

Son olarak (1.13)’teki sonucun nasıl elde edildiğini 3 farklı çözümle göstereyim.

1. Çözüm (Doğal Çözüm ya da Eski Babil Çözümü). (1.14)’te $n = 1$ için ζ ’nin alt sınırına göre

$$2\pi r \gtrsim \frac{\varsigma_8^2}{\varsigma_6} = \frac{(8\sqrt{2-\sqrt{2}}}r)^2}{6r} = \frac{64(2-\sqrt{2})r^2}{6r} = \frac{32(2-\sqrt{2})r}{3} < \frac{32(2-1;24,50,37,30)r}{3} = \frac{32.0;35,09,22,30r}{3} = \frac{18;45r}{3} = 6;15r \Rightarrow 3;7,30 \lesssim \pi$$

işlemleri sonucunda şu sonuç elde edilir:

$$(1.31) \quad 3;7,30 \lesssim \pi.$$

Bu çözüm Eski Babilonya Matematiği’ne tamamen uygun düşmektedir ve bu çözümünden elde edilen değer, Şekil 1.2’deki 30. satırda geçen değerdir! Çok ilginçtir, bu değer daha sonra matematiğe ilgisiz kalan Romalılar hatta Yunanlılar tarafından bile kullanıldı (Bkz. *“Pi: A Source Book 3. Baskı, Springer 2003”*, S. 168 (PDF’de 304). *Schepler*, Romalı mimar *Vitruvius*’un M.Ö. 20’de bu değeri kullandığını söyler). Bu arada, Romalıların π ’yi 4 olarak kullandıklarını biliyor

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

muydunuz? Ya peki, **Ptolemy**’nin π değerini bundan 60’ta 1 daha iyi olduğunu biliyor muydunuz? (**Ptolemy**, M.S. 150’de π için 60 tabanında 3;8,30 yaklaşıklık-lığını vermişti. Bkz. [RİK 4](#))

Metot 2. Yukarıdaki eşitsizlikten elde edilen $\frac{32(2-\sqrt{2})}{6} \lesssim \pi$ yaklaşımına göre d düzgün sayılarına karşılık $\Delta d = \frac{32}{6}(2 - \sqrt{2})d - \text{Round}\left[\frac{32}{6}(2 - \sqrt{2})d\right]$ farkı en az 1 ondalığı 0 olacak şekilde π ’ye yakın $p = \frac{\text{Round}\left[\frac{32}{6}(2-\sqrt{2})d\right]}{d}$ değerlerini şu tabloda verebiliriz ki, bu, 3;7,30’un elde edilışinin bir diğer şeklini gösterir:

d Düzgün Sayılarından Elde Edilen p Yaklaşıklıkları											
d	p	d	p	d	p	d	p	d	p	d	p
8	$\frac{25}{8}$	1296	$\frac{4049}{1296}$	16200	$\frac{12653}{4050}$	122880	$\frac{127967}{40960}$	327680	$\frac{127967}{40960}$	656100	$\frac{512446}{164025}$
24	$\frac{25}{8}$	1458	$\frac{4555}{1458}$	17280	$\frac{26993}{8640}$	144000	$\frac{112471}{36000}$	328050	$\frac{512446}{164025}$	720000	$\frac{112471}{36000}$
32	$\frac{25}{8}$	2247	$\frac{2340}{749}$	17496	$\frac{54661}{17496}$	151875	$\frac{474487}{151875}$	349920	$\frac{182203}{58320}$	737280	$\frac{127967}{40960}$
40	$\frac{25}{8}$	2400	$\frac{3749}{1200}$	20250	$\frac{12653}{4050}$	160000	$\frac{499871}{160000}$	368640	$\frac{127967}{40960}$	759375	$\frac{474487}{151875}$
48	$\frac{25}{8}$	2560	$\frac{3999}{1280}$	24300	$\frac{12653}{4050}$	163840	$\frac{127967}{40960}$	409600	$\frac{127967}{40960}$	819200	$\frac{127967}{40960}$
64	$\frac{25}{8}$	2592	$\frac{4049}{1296}$	28125	$\frac{87868}{28125}$	164025	$\frac{512446}{164025}$	432000	$\frac{112471}{36000}$	843750	$\frac{2636039}{843750}$
72	$\frac{25}{8}$	3600	$\frac{3749}{1200}$	31104	$\frac{97175}{31104}$	174960	$\frac{182203}{58320}$	455625	$\frac{474487}{151875}$	864000	$\frac{112471}{36000}$
80	$\frac{25}{8}$	3840	$\frac{3999}{1280}$	31250	$\frac{97631}{31250}$	180000	$\frac{112471}{36000}$	468750	$\frac{732233}{234375}$	900000	$\frac{112471}{36000}$
81	$\frac{253}{81}$	4050	$\frac{12653}{4050}$	36000	$\frac{112471}{36000}$	204800	$\frac{127967}{40960}$	491520	$\frac{127967}{40960}$	911250	$\frac{474487}{151875}$
96	$\frac{25}{8}$	5000	$\frac{15621}{5000}$	38400	$\frac{119969}{38400}$	207360	$\frac{647833}{207360}$	492075	$\frac{512446}{164025}$	983040	$\frac{127967}{40960}$
120	$\frac{25}{8}$	6144	$\frac{19195}{6144}$	39366	$\frac{122987}{39366}$	216000	$\frac{112471}{36000}$	497664	$\frac{1554799}{497664}$	995328	$\frac{1554799}{497664}$
225	$\frac{703}{225}$	8100	$\frac{12653}{4050}$	40960	$\frac{127967}{40960}$	233280	$\frac{182203}{58320}$	531441	$\frac{1660325}{531441}$	1024000	$\frac{127967}{40960}$
250	$\frac{781}{250}$	8640	$\frac{26993}{8640}$	56250	$\frac{87868}{28125}$	234375	$\frac{732233}{234375}$	540000	$\frac{112471}{36000}$	1062882	$\frac{1660325}{531441}$
500	$\frac{781}{250}$	10000	$\frac{15621}{5000}$	58320	$\frac{182203}{58320}$	245760	$\frac{127967}{40960}$	559872	$\frac{1749149}{559872}$	1105920	$\frac{127967}{40960}$
540	$\frac{1687}{540}$	10935	$\frac{34163}{10935}$	72000	$\frac{112471}{36000}$	288000	$\frac{112471}{36000}$	576000	$\frac{112471}{36000}$	1180980	$\frac{3689611}{1180980}$
1152	$\frac{3599}{1152}$	12150	$\frac{12653}{4050}$	78732	$\frac{122987}{39366}$	291600	$\frac{182203}{58320}$	607500	$\frac{474487}{151875}$	1228800	$\frac{127967}{40960}$
1200	$\frac{3749}{1200}$	12288	$\frac{19195}{6144}$	108000	$\frac{112471}{36000}$	303750	$\frac{474487}{151875}$	614400	$\frac{127967}{40960}$	1250000	$\frac{3905243}{1250000}$
1280	$\frac{3999}{1280}$	15000	$\frac{15621}{5000}$	116640	$\frac{182203}{58320}$	324000	$\frac{112471}{36000}$	648000	$\frac{112471}{36000}$	1259712	$\frac{3935585}{1259712}$

Tablo 1.2. Tablodaki sonuçlar $\sqrt{2}$ ’nin gerçek değeri (ki YBC 7289 no’lu tabletteki 1;24,51,10 değeri bu sonuçları değıştirmez) ve **Neugebauer**’in tarihi belli olmayan ([undated](#)) “[Babil Aritmetik Tabloları \(Babylonische Rechentabellen\)](#)”ndaki S. 7-104’teki ilk 530 $d = N = 1,2,3, \dots, 6 \cdot 60^3 (= 1,296,000)$ düzgün sayısına göre elde edilmiştir (Y.N. Bu çalışma bana göre **Neugebauer**’in performansının en yüksek olduğu 1930’lara, muhtemelen 1931, ait çalışmasıdır. Bkz. “[YBC 7289 No’lu Tablet](#)”, S. 24’teki 14.07.1936 tarihli Arbeiterbladet gazetesinden alınma küpürdeki **Neugebauer**’e). Buna göre π ’ye yakın p düzgün sayıları kırmızı renkli olarak gösterilmiştir. Çünkü p düzgün sayısı demek, 60 tabanındaki ([seksagesimal](#)) p ve p^{-1} sonlu sayıları demek olup tablodaki tüm p kesirlerinin paydaları birer düzgün sayı iken payları düzgün sayı olanlar, dolayısıyla p düzgün sayıları kırmızı renkli olanlardır.

Bana göre 3;7,30 değeri (1.13) ya da (1.31)’dekinden çok bu şekilde elde edilmiştir. Çünkü ilk metot aşırı zorlamaya girer!

Neugebauer’in İnanılmaz Hesabı!

Eski Babilonya’da “[Ters Sayılar Tablosu](#)” $d = 2,3, \dots, 81$ düzgün sayıları için küçük boyutlarda hazırlanıyordu ve bu tabloyu büyötmeye çalıştığınızda inanılmaz zorluklarla karşılaşrsınız. Çünkü d düzgün sayısını $d = 2^a \cdot 3^b \cdot 5^c$ formundan türetmek ve d^{-1} ters sayısını bulmak kolay değildir. Bu, şimdi kullandığımız 10 tabanlı sayı sisteminde ondalık sayıları bulmaya çalışmak gibidir.

Bunun için 2 durum vardır:

1. $1 \leq d$ ise: $0 \leq a, b, c$ doğal sayıları için $d \cdot d^{-1} = 1$ olduğundan $e = 60^n \cdot d^{-1} = 2^{2n-a} \cdot 3^{n-b} \cdot 3^{n-c}$ olacak şekilde $0 \leq 2n - a, n - b, n - c$ sayılarından en büyüğü (maksimum) alınır. Yani $n = \text{Max}\left(\left\lceil \frac{a}{2} \right\rceil, b, c\right)$ değeri seçilir ve e düzgün sayısı bulunur. Buna göre $d^{-1} = e \cdot 60^{-n}$ ’den elde edilmiş olur.

2. $0 < d < 1$ ise: $a, b, c \leq 0$ negatif tam sayıları için $d \cdot d^{-1} = 1$ olduğundan $f = 60^n \cdot d = 2^{2n-a} \cdot 3^{n-b} \cdot 3^{n-c}$ olacak şekilde $0 \leq 2n - a, n - b, n - c$ sayıla-rından yine en büyüğü alınır. Yani $n = \text{Max}\left(\left\lceil \frac{a}{2} \right\rceil, b, c\right)$ değeri seçilir ve f düzgün sayısı bulunur. Buna göre $d^{-1} = 60^n \cdot f^{-1}$ ’den elde edilmiş olur.

Bu metoda göre d^{-1} ters sayılarını bulmak kolay görünür ama d düzgün sayıları bulabilmek o kadar kolay değil (Bkz. “[Babil Aritmetik Tabloları \(Babylonische Rechentabellen\)](#)”. **Neugebauer** bu metodu 3. sayfada verir ama doğrusu burada verdiğim gibidir. Yani orada verilen $\left\lceil \frac{a}{2} \right\rceil + 1$ ’e gerek yok). Ama adam deli: S. 7’de 1’den 60’a (ki buradaki sayılar 60^0 ile 60^1 arasında yer aldıklarından **Neugebauer** buna “0. Derece (Nullte Ordnung)” der), S. 7-8’te 1. Derecedeki ya da 60’tan 60^2 ’sine, S. 9-15’te 2. Derecedeki ya da 60^2 ’sinden 60^3 ’üne, S. 16-26’da 3. Derecedeki ya da 60^3 ’ünden 60^4 ’e, S. 27-44’te 4. Derecedeki ya da 60^4 ’ten 60^5 ’e, S.

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II

45-69’da 5. Derecedeki ya da 60^5 ’ten 60^6 ’ya ve S. 70-104’te 6. Derecedeki ya da 60^6 ’ten 60^7 ’ye kadar tüm d düzgün sayılarını ve bunların tersleri olan d^{-1} ters sayılarını verir. Buna göre **Neugabuer**’in 1’den 59,47,13,36,18,0,0 = 59. 60^6 + 47. 60^5 + 13. 60^4 + 36. 60^3 + 18. 60^2 = 2,789,427,520,800’e (yaklaşık 3 trilyon) kadar d düzgün sayılarını ve sonra d^{-1} sayılarını bulduğu sonucu çıkar. Ben yukarıdaki tabloda ilk 530 tanesini yani 1’den 6,0,0,0 = 6. 60^3 ’üne kadar kullandım (ki amacım d’yi 1 milyona kadar almaktı) ve arzu eden olursa işleme kaldığım yerden devam edebilir. Ama tablodaki sonuç değişmeyecek, yani $\frac{25}{8} = 3;7,30$ ’dan başka düzgün bir yaklaşık bulamayacaksınız!

2. Çözüm (Doğal Olmayan Çözüm ya da Modern Çözüm). (1.11)’de her 2 tarafı ζ^2 ’ye bölersek,

$$\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2 = \frac{\zeta_8^2}{\zeta^2} \lesssim \frac{\zeta_6 \zeta}{\zeta^2} = \frac{\zeta_6}{\zeta} = \frac{6r}{2\pi r} = \frac{3}{\pi}$$

oranlarına göre şu sonucu elde ederiz:

$$\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2 = \left(\frac{8\sqrt{2-\sqrt{2}r}}{2\pi r}\right)^2 = \frac{(8\sqrt{2-\sqrt{2}r})^2}{(2\pi r)^2} = \frac{64(2-\sqrt{2})r^2}{4\pi^2 r^2} < \frac{16(2-1;24,50,37,30)}{\pi^2} = \frac{16.0;35,09,22,30}{\pi^2} = \frac{9;22,30}{\pi^2}.$$

Şu halde bu sonucu ilkinde yerine koyar ve işin içine biraz modern matematiği katarsak,

$$\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2 \lesssim \frac{9;22,30}{\pi^2} \lesssim \frac{\zeta_6}{\zeta} = \frac{3}{\pi} \Rightarrow 3;7,30 = \frac{9;22,30}{3} \lesssim \frac{\pi^2}{\pi} = \pi \Rightarrow 3;7,30 \lesssim \pi.$$

işlemleri sonucunda yine aynı sonuç elde edilir:

$$(1.32) \quad 3;7,30 \lesssim \pi.$$

Bu çözüm **Neugebauer** tarafından dillendirilen ilk çözümün tamamını göstermektedir. Çünkü onlara göre $\pi = 3;7,30$ için

$$\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2 < \frac{9;22,30}{\pi^2} < \frac{9;22,30}{3;7,30^2} = \frac{9;22,30}{9;45,56,15} = 9;22,30.0;6,8,38,24 = 0;57,36$$

değeri 30. satırda verildiğine göre, π değeri düzgün kirişler 6-genin çevresine göre,

$$\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2 < 0;57,36 \gtrsim \frac{\zeta_6}{\zeta} = \frac{3}{\pi} \Rightarrow \pi \gtrsim \frac{3}{0;57,36} = 3.1;2,30 = 3;7,30$$

yaklaşımından derhal elde edilmekteydi:

$$(1.33) \quad 3;7,30 \lesssim \pi.$$

Fakat 3;7,30’un bu şekilde elde edilmesi doğal ama düzgün kirişler 6-genin çevresine göre açıklanamıyordu. Ancak öyle görünüyor ki **Neugebauer** 1957’de, muhtemelen 1951, bu çözümü Arşimetyen formülasyona göre uydururken 30. satırdaki 0;57,36 verisini geometrik bir formülasyonla açıklamaya çalışmış görünür (Bkz. [“On the Ancient Babylonian Value for Pi”](#)). Çünkü **Arşimet**, daire alanını ve kürenin hacmini söylerken şimdiki gibi formüllerle değil önermelerle birer geometrik kılık içinde söylerdi. Buna göre eğer **Arşimet**’in “Daire Çevresi Ölçmesi Hakkında ([On The Measurement Of The Circle](#))” çalışmasındaki Önerme 1’e bakarsak, dairenin alanının, tabanı dairenin çevresi ve yüksekliği yarıçapı olan dik üçgenin alanına eşit olduğunu görürüz. Yine **Arşimet**, [Önerme 34](#)’te r yarıçaplı kürenin hacmini, tabanı kürenin merkezindeki (en büyük) dairenin 2 katı olan daire ve yüksekliği r yarıçapı olan koninin hacmi olarak ifade ederdi!

3. Çözüm (Uydurma Çözüm ya da Neugebauer’in Çözümü). İlk kez 1957’de, muhtemelen 1951, **Neugebauer** tarafından yapılan Arşimetyen çıkarıma göre r yarıçaplı çemberin içinde düzgün bir kirişler 6-genini alıyor ve bu düzgün 6-genin çevresi 6r ve çemberin çevresi $2\pi r$ olduğundan

$$(1.34) \quad \frac{\zeta_6}{\zeta} = \frac{6r}{2\pi r} = 0;57,36 = \frac{24}{25}$$

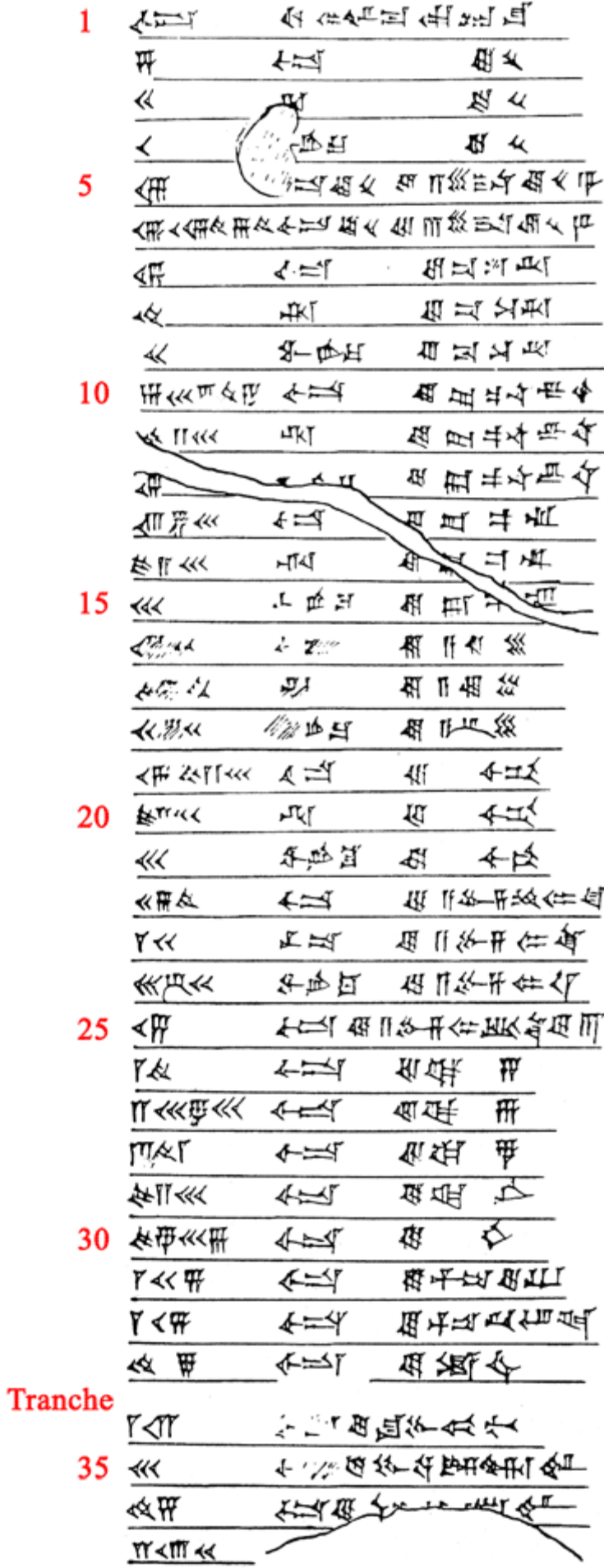
eşitliğinden derhal istenilen sonuca ulaşılıyordu:

$$(1.35) \quad \pi = 3;7,30 = 3\frac{1}{8}.$$

30 yıldır bu konuda dersler, konferanslar ve seminerler veren ve bu nedenle Fransa’da çok iyi bilinen matematikçi ve öğretmen **Jean Brette**’ye göre bu çözüm “2 Çevre Oranı Masalı” nedeniyle doğru değil (ki bu ifade aklıma [“2 Hakikat Salonu”](#)’nu getirince çok güldüm), dolayısıyla uydurma bir çözümdür. Çünkü 0;57,36’ya $\frac{\zeta_6}{\zeta}$ ’den değil 1. çözümdeki $\frac{\zeta_8^2}{\zeta_6^2}$ ’dan ulaşılmaktadır. Diğer taraftan 2. çözümdeki $\left(\frac{\zeta_8}{\zeta}\right)^2$ ’den elde edilen oranın $\frac{\zeta_6}{\zeta}$ ’deki orana denk düşmesi sizi şaşırtmasın. Çünkü bu şaşırtıcı durum **Neugebauer**’in tabletlerdeki sonuçları modern matematikle açıklamasından kaynaklanmaktadır (ki orada modern matematikle ona eşlik etmek zorunda kaldım).

1.4. Eski Babilonya Matematik Metinlerinde Bazı Geometrik Sabitler. Elimize geçen Eski Babil Matematik Metinleri’nde çember, daire ve düzgün kirişler çokgenlerine ait sabit değerler mevcuttur. Bunların başında TMS 3 olarak nitelendirilen ve aşağıdaki şekilde ilk 35 satırı verilen tablet gelir. Bu tablette çember katsayısı ve düzgün kirişler 5-gen, 6-gen ve 7-genlerin alanları verilmiştir.

Bunları toplu olarak şu şekilde verebilirim:



Şekil 1.4. Susa Matematik Metinleri: Tablet 1-Metin 3. Bkz. “BRUINS E. M.-MECQUENEM R. de: Textes mathématiques de Suse, 1961”. Bu kitap Nadir Kitap’ta 2250 TL’ye ve Meretseger’de 75 Euro’ya satılmaktadır.

hiçbir zaman doğru değildi (Bkz. “Capacity or volume”. Bu başlığın altındaki tablonun altında “A sila was about 1 liter (1 Sila yaklaşık 1 litreydi)” yazar. Fakat orada söylenmesi gereken şey bunun tam tersi olmalıydı). Çünkü 1 kùş ya da 1 kısa kübit daima yarımdan küçük bir uzunluk ölçüsüdür!

Not 1.2. Şekil 1.4’teki metindeki 10-12, 13-15, 16-18, 19-21, 22-24 ve 25. satırlarındaki katsayıların çözümlerini “Amazing Traces of A Babylonian Origin In Greek Mathematics” kitabındaki S. 316-320 (PDF’de 336-340)’ta ve 26-28. satırlarındaki katsayıların çözümlerini “A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Cuneiform Texts I” kitabındaki S. 216-219 (PDF’de 220-223)’te bulabilirsiniz. Ayrıca bu son kitapta 16-21. ve 22-24. satırlarındaki katsayılarına kısa bir bakış ve bazılarının çözümleri S. 212, 214 (PDF’de 216, 218)’de mevcuttur. Bunlara ek olarak Neugebauer’in 26-28. satırlardaki düzgün 5-gen, 6-gen ve 7-genlerin alanlarını ve 30. satırdaki çember katsayısını veren problemlerle nasıl ilgilendiğini yukarıda geniş bir şekilde verdim. Bunlara ek olarak 30. satırdaki problem çözdüğüme göre, Tablo 1.3’teki son satırdaki problemi de çözeyim. Bu son problem için YBC 7243 no’lu tabletin 35. satırında “4 48 ku-bu-ur i-şî-im (Silindirik kütüğün kalınlığı 0;4,48)” metni geçer ve metindeki değer r yarıçaplı bir dairenin alanının çevresinin karesine bölündükten sonra elde edilen sonuçta (1.13) ya da (1.31)’deki $3; 7,30 \lesssim \pi$ yaklaşık değerinin konmasıyla şu şekilde bulunur:

$$(1.41) \quad \frac{A}{\zeta^2} = \frac{\pi r^2}{(2\pi r)^2} = \frac{1}{4\pi} \lesssim \frac{1}{4 \times 3; 7,30} = \frac{1}{12; 30} \left(= \frac{1}{25} = \frac{2}{25} \right) = 0; 4,48 \Rightarrow \frac{A}{\zeta^2} \lesssim 0; 4,48.$$

Tablet-Satır	Akadça	Türkçe
TMS 3-26	1 40 igi.gub ša sag.5	5-kenarlıının sabiti 1;40
TMS 3-27	2 37 30 igi.gub ša sag.6	6-kenarlıının sabiti 2;37,30
TMS 3-28	3 41 igi.gub ša sag.7	7-kenarlıının sabiti 3;41
TMS 3-30	57 36 igi.gub ša SAR	Çemberin katsayısı 0;57,36
TMS 3-31, AO 6484 (S. 396)	1 25 igi.gub ša bar.dà ša nigin	Karenin köşegeninin sabiti 1;25
YBC 7243-10, YBC 7289 (Bkz. “YBC 7289 No’lu Tablet”)	1 24 51 10 ši-li-ip-tum ib.si ₈	Köşegen, karekök
YBC 7243-35	4 48 ku-bu-ur i-şî-im	Silindirik kütüğün kalınlığı

Tablo 1.3. Eski Babilonya Matematik Metinleri’ndeki daire ve düzgün çokgenlere ait sabitler. Son satırdaki metni Neugebauer, “Thickness of a log (Kütüğün kalınlığı)” olarak çevirir (Bkz. YBC 7243, 35. Satır). Çünkü YBC 5022’nin 58. satırında ve YBC 8600’ün 6. satırında buna paralel metinler vardır.

Burada söz konusu olan “kütük (Log)” aslında silindirik kaplar için bir ölçektir. Örneğin kayıp şehir Giza’da keşfedilen silindirik silolar buna güzel bir örnek teşkil eder (Bkz. “The Silo Building Complex: A Fifth Dynasty Production Facility”. Bu silonun nasıl bir şey olduğunu 7. sayfadaki Harita 1 (Map 1)’deki 2. ve 3. çizimlerde ve 9. sayfadaki harita ve resimde görürken problemlerini “Silindirik Bir Tahıl Ambarı”nda (S. 85-89) bulabilirsiniz). Bu konuda Neugebauer YBC 8600 tabletin “Yorum (Commentary)” bölümünde “Sila” ve “Hacim-ŞAR (volume-SAR)” hacim ölçüsü birimlerinden söz eder. Fakat bu hacim ölçüsü birimleri için $\pi \cong 3, 3\frac{1}{8}$ olmak üzere

$$(1.36) \quad V = A \cdot h = \frac{\zeta^2}{4\pi} \cdot h$$

formülüne göre 2 farklı değer söz konusu olmaktadır. Örneğin silindirik kütüğün tabanının çevresi $\zeta = 1 \text{ kùş} = \frac{1}{12} = 0; 5 \text{ Nindan (GAR)}$ ve yüksekliği $h = 6 \text{ šu} - \text{si} = \frac{6}{30} = 0; 12 \text{ kùş} = 0; 1 \text{ Nindan}$ olduğundan ve $\pi \cong 3$ alırsanız hacim

$$(1.37) \quad V = \frac{\zeta^2}{4\pi} \cdot h \cong \frac{0; 5^2}{4.3} \cdot 0; 1 = 0; 5^2 \cdot 0; 5 \cdot 0; 12 = 0; 0,025 \text{ ŠAR} - \text{kùş}$$

(ki Neugebauer bu birime “Hacim-ŞAR (volume-SAR)” der) ya da şöyle olur:

$$(1.38) \quad V = \frac{\zeta^2}{4\pi} \cdot h \cong \frac{0; 5^2}{4.3} \cdot 0; 1 = 0; 5^2 \cdot 0; 5 \cdot 0; 1 = 0; 5^3 \cdot 0; 1 = 0; 0,025 \text{ ŠAR}^3 = 0; 1 \text{ kùş}^3.$$

Şimdi bu son hacim ölçüsünü günümüzdekine göre değerlendirirsek, yani $1 \text{ lt} = 1 \text{ dm}^3 = 1 \left(\frac{1}{10} \text{ m} \right)^3 = \frac{1}{10^3} \text{ m}^3$ ve 1 kùş (kübit)’i de yaklaşık yarımdan büyük alırsak,

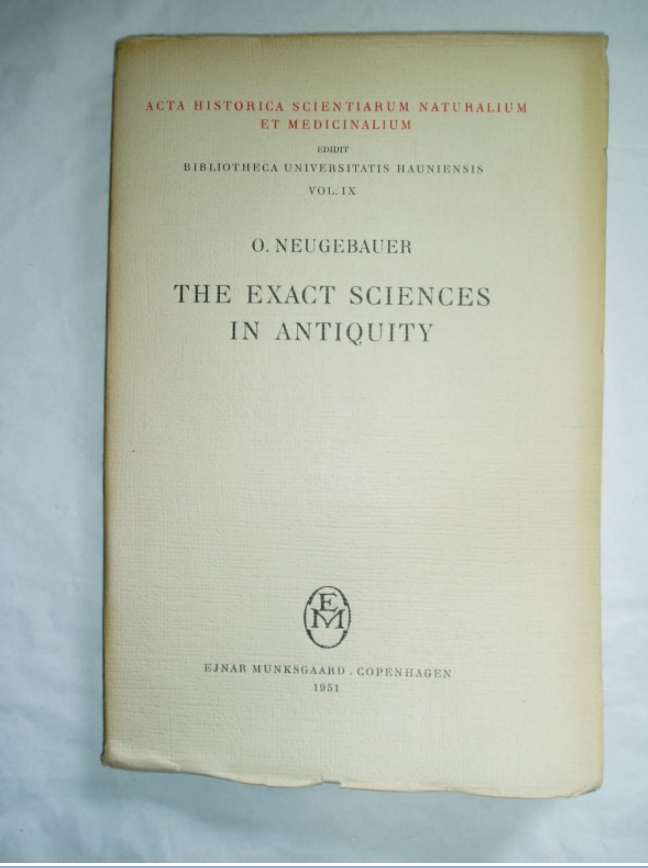
$$(1.39) \quad V \cong 0; 1 \text{ kùş}^3 \cong 0; 1 \cdot \left(\frac{1}{2} \text{ m} \right)^3 = 0; 1 \cdot \frac{1}{2^3} \text{ m}^3 = 0; 1 \cdot \frac{1}{2^3} \cdot 10^3 \text{ lt} = \frac{25}{12} \text{ lt}$$

ve 1 Sila = $\frac{V}{2}$ olduğundan

$$(1.40) \quad 1 \text{ Sila} = \frac{V}{2} \cong \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{12} \text{ lt} = \frac{25}{24} \text{ lt}$$

olarak elde ederiz. Bunun için kaynaklarda 1 Sila’nın yaklaşık 1 litre olduğu geçer ki bu olarak elde ederiz. Bunun için kaynaklarda 1 Sila’nın yaklaşık 1 litre olduğu geçer ki bu

Bölüm 1: Eski Babilonya’da II



Resim 1.11. *Neugebauer*’in “*Antik Çağ’da Tam Bilimler*” kitabının 1951 tarihli ilk baskısı (ki [diğer baskısı](#) Princeton Üniversitesi Yayınları’nda mevcut olup Atatürk Kültür Merkezi Kütüphanesi’nden temin edilebilir). Kitabın arka kapağında şunlar yazılıdır: “*Cornell Üniversitesi’nde 1949 sonbaharında verilen bir dizi derse dayanan ve o zamandan beri gözden geçirilen bu kitap, Mısır ve Babil matematiği ile astronomisi ve bunların Helenistik dünyaya aktarımı konusunda teknik olmayan standart bir çalışmadır. Verileri ve sonuçlarıyla tamamen modern olan bu kitap, özellikle Babil matematiği olmak üzere erken dönem matematiğinin bazı alanlarındaki şaşırtıcı gelişmişliği ortaya koymaktadır...*”.

Kitap ilk kez [1951](#)’de Munksgaard/Kopenhag yayınevi tarafından 191 sayfa olarak basılır ve 2. baskısı Brown Üniversitesi Yayınları’nda [1957](#)’de 240 sayfa (ki imkânı olanlar Atatürk Kültür Merkezi Kütüphanesi’ndeki [1951 baskısı](#) ve [1957 baskısı](#)nda *Neugebauer*’in [S. 47](#)’de verdiği (1.10)’daki bilginin mevcut olup olmadığını kontrol edebilir) ve Dover Yayınları’nda [1969](#)’da 281 sayfa olarak basılır (ki kullandığım kitap [1 Haziran 1969](#) basımı olan bu son baskı olup Amazon’da cilt-siz 623.48 TL ve ciltli 1955.97 TL’dir).

Tevrat’ın bir efahın onda birine eşit olduğunu belirttiği “Omer”, 43,2 yumurta kapasitesine ya da 3 Seah’ın onda biri olarak da bilinir. Kuru ağırlık olarak omer, 1.560 kg ile 1.770 kg arasında bir ağırlığa sahipti ve bu, hamur sunusundan ayırmak için gereken un miktarıydı. Tevrat’ta Se’ah ya da Kab yerine Omer’den söz eden Rahipler Yasası’dır; metin bilginleri Rahipler Yasası’nın Tevrat’ın daha sonraki kaynaklarından biri olduğunu, Mısır ve Asur’un İsrail üzerinde doğrudan etkiye sahip olduğu bir döneme ait olduğunu düşünmektedirler.

Hezekiel 45:11’e göre hem Eipha hem de Banyo onda bir Homer (“חומר” HOMeR”, Omer ile karıştırılmamalıdır) idi. **Boadt**, “Homer” sözcüğünün İbranicede “Eşek” anlamına geldiğini ve “Bir eşek yükü” olduğunu belirtmektedir. Örneğin **3. Amenemhat**’ın piramitindeki soygunundan kaldırılan toplam yük [2 eşek](#)ti!

Sıvı Ölçü Birimleri. Sıvı ölçüsü için ana birimler [Log](#), [Hin](#) ve Bath (Banyo) olup aşağıdaki şekilde ilişkilendirilmiştir:

Sıvı Ölçü Birimleri	
1 Log = 4 Revi’ith (רביעית)	
1 Hin = 12 Log	
1 Banyo = 6 Hin	

Dolayısıyla 72 Log’a eşit olan Banyo, yine 72 Log’a eşit olan Efah’ın sıvı eşdeğeridir. Özel bir ismi olmayan, sadece bir banyonun onda biri olarak tanımlanan omerin sıvı eşdeğeri omerin kendisi kadar garip bir uyumdur ve sadece Hezekiel ve Rahipler Yasası’nda geçmektedir. Araştırmacılar “Omer” için de ondalık sayıya geçmenin bir sonucu olarak ortaya çıktığına dair aynı açıklamayı yapmaktadırlar. Omer, Rahipler Yasası’ndan önce Mısırdan Çıkış [16:36](#)’da bir efahın onda biri olarak geçmektedir.

Eski Ahit ile ilgili 2 klasik referans kitabının baş editörü **Herbert G. May**’e göre, Tell Beit Mirsim’de bulunan “hamam” ve “kraliyet hamamı” işaretli küp kalıntıları üzerinde yapılan bir çalışma sonucunda hamamın yaklaşık 22 litre (5,75 US gal) olduğu arkeolojik olarak tespit edilebilir. Buna dayanarak, bir Revi’ith (yaklaşık) 76 ml veya 2,7 sıvı oz.

Talmudik Eklemler. Talmudik dönemde, çoğu yabancı kökenli, özellikle de Talmud’un ortaya çıktığı dönemde Yahudiye üzerinde hâkimiyet kurmuş olan İran ve Yunanistan’dan gelen daha birçok kapasite ölçüsü kullanılmıştır. Bunların çoğunun tanımları tartışmalıdır. Kab’ın belirli (tartışmalı) kesirleri olanlar, artan büyüklük sırasına göre Ukla (עוכלא), Tuman (תומן) ve Kapiza’ı (קפיזא) içerir. Daha büyük olanlar, artan boyut sırasına göre Modius (מודיא), Geriwa (geriwa), Garab (גרב) idi. Ardaba (אדרב), Kuna (כונא) ve Qometz (קמץ) tanımlanamayan boyutlardaydı; bunlardan son ikisinin bir avuca eşit olduğu söylenirdi. Bazı katı ölçüler sıvılar için de kullanılırdı, örneğin Se’ah. Bir Log’un 64’te 1’i olan Kortov (קורטוב) çok küçük miktarlar için kullanılırdı (Bkz. “Eski Ahit’teki Ölçü Birimleri”).

İşte *Neugebauer* bu değeri 1945’teki ilk kitabında çevirilerini yayımladığı [YBC 5022](#) no’lu tabletin 58. satırında, [YBC 7243](#) no’lu tabletin 35. satırında ve [YBC 8600](#) no’lu tabletin önyüzündeki 4. ve kenarındaki 1. satırlarında görüyordu ama Şekil 1.2, 1.4 ya da Tablo 1.3’teki 30. satırdaki metin elinde olmadığından nerden geldiğini bilmiyordu. Bunun için “*Antik Çağ’da Tam Bilimler (The Exact Sciences In Antiquity)*” adlı kitabının [47.](#) sayfasının başındaki (ki [Harper Torchbooks](#) (bkz. [1962 baskısı](#)) tarafından çıkarılan [1962](#) tarihli 2. baskısında [47.](#) sayfa ve diğer tüm sayfalar aynıdır. Bu kitabı üye olup [ödünc](#) olarak 1 saat okuyabilirsiniz) “*Bir ön rapor 1950 yılında E. M. Bruins tarafından Amsterdam Akademisi Bildirileri’nde yayınlanmıştır ve aşağıdaki açıklamalar bu ön yayına dayanmaktadır, ancak ben kendimi sadece en önemli sonuçlarla sınırlandırıyorum. Metinlerin kendileri, keşfedilmelerinin üzerinden 20 yıldan fazla bir süre geçmesine rağmen hâlâ yayımlanmamıştır.*” açıklamasına göre 30. satırdaki problemin metni için tam 1961 – 1936 = 25 yıl bekledi ve bu ön rapora göre muhtemelen ilkin 1951’de değindikten sonra 1957’de yine aynı sayfada (47. sayfa) bu problemin Arşimetyen tarzda muhtemel bir çözümünden çok açıklamasını verdi.

Son olarak eski Babilonya’daki kütük ölçeğinin İbranilere geçerek nasıl özelleşmiş olduğunu eski Ahit’ten inceleyelim.

Eski Ahit’te “Kütük (Log)” Ölçüsü ve Ondan Türetilen Ölçü Birimleri

Toz/sıvı hacim ölçümlerinin İsrail sistemi Babil sistemiyle birebir örtüşmektedir. Temel birimin 1, 10, 20, 40, 80 ve 160 katları için birimlere sahip olan Mısır sisteminin aksine, Babil sistemi 6 ve 10’un katları, yani 1, 12, 24, 60, 72 (60 artı 12), 120 ve 720 birimleri üzerine kurulmuştur. Temel birim “[Mina \(Mana\)](#)” idi ve bir Maris’in 60’ta 1’i olarak tanımlanıyordu; bu da ağırlık olarak hafif bir kraliyet talentine eşit su miktarıydı; Maris yaklaşık 30,3 litreye eşitti ve dolayısıyla Mina yaklaşık 0,505 litreye eşittir. İsrail sisteminde Babil Mina (Mana)’sı yerine “Log” terimi kullanılır, ancak bunun dışında ölçüm aynıdır.

Her ikisi de temel birim olarak kütüğü kullansa da, İsraililer hacim ölçüsü sistemlerini kuru (katı) ve sıvı haller arasında farklılaştırmışlardır.

Katı Ölçü Birimleri. Katı ölçüm ya da ağırlıktan ziyade basitçe kapasite ölçümü için en küçük birimi “Beitza (Yumurta)”dır ve onun ardından “Log (לוג)” gelir. Sonra bunların üst katları olarak “Kab (קב)”, “Se’ah (סאה)”, “Ephah (אפה)”, “Lethek (לתך)” ve son olarak “Kor (כור)” gelir. Masoretik Metin’de “Lethek”ten sadece bir kez bahsedilir ve Septuagint, bunu şarap derisi anlamına gelen Yunanca “Nebeloinou (νέβελ οἴνου)” terimiyle tercüme eder. Bu ölçümler aşağıdaki gibi ilişkilendirilmiştir:

Kezayit, farklı kaynaklarda	Katı Ölçü Birimleri
$\frac{1}{2}$ Beitza, $\frac{1}{3}$ Beitza’ya eşit olarak kabul edilir ya da diğer hacim ölçü birimleriyle doğrudan ilişkili değildir.	$1\frac{1}{2}$ Yumurta = $\frac{1}{4}$ Log (Bir fincan şarap için de kullanılır)
	6 Yumurta (Beitza) = 1 Log
	4 Log (24 Yumurta) = 1 Kab
	6 Kab (144 Yumurta) = 1 Se’ah
	3 Se’ah (432 Yumurta) = 1 Efah
	5 Efah = 1 Letek
	2 Letek = 1 Kor

§ 2. Eski Mısır'da II

19.08.2017, 16:00.

2.1. Giriş

Rhind Matematik Papirüsü (RMP) çok iddialı bir şekilde söze başlayarak,

“Bütün eşyaya ve bütün varlıklara ve bütün esrara, etraflı ve tam bir şekilde nüfuz etme sanatı”

nı öğretmeyi vaadederek ve bunun hemen altında hangi eski papirüsten yararlanıldığı ve yeni papirüsün ne zaman yazıldığı hakkında şu bilgilerin verilmiş olduğunu görürüz (ki aşağıdaki küçük parantezler içindeki tarihlendirmeler Britanya Müzesi’ndeki Asur ve Mısır Eski Eserler Bölümü Başkanı ve Müze müdürü **E. A. Wallis Budge**’nin 30 Haziran 1898’de yazdığı “Önsöz ([Preface](#))”den gelir):

“Bu papirüs (kitap), hayat veren, Aşağı ve Yukarı Mısır Kralı [[Nym](#)]âtre’nin ([III. Amenemhat](#), M.Ö. 1844-1797 civarı) zamanındaki eski bir kopyadan Aşağı ve Yukarı Mısır Kralı [Awserre](#)’in (büyük bir ihtimalle Hiksos Kralı [Apofigis](#), M.Ö. 1585-1542 civarı) Akhet’in (mevsim) 4. Ayı ve Hanedanlığı’nın 33. yılında kopyalandı. Kâtip Ahmose (Ahmes) bu kopyayı yazdı.”, *“Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cit 3”*, S. [113](#).

Burada hemen şu durum dikkatimizi çekiyor: Eski zamanlardan beri Aşağı ve Yukarı Mısır tek bir imparatorluk olduğu halde, sanki bu imparatorluklar ayrıymış gibi her Kral için ayrı ayrı vurgulanmaktadır. Bunun nedeni, eski Mısırlıların son derece tutucu olmasından, eski geleneklere, dolayısıyla eskiden beri sürdürülen **“Her İki İmparatorluk”** tabirine sıkı sıkıya bağlı kalmasından kaynaklanmaktadır.

Bir şey daha dikkatimizi çekiyor: Papirüste π için verilen

$$(2.1) \quad \pi \lesssim \left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3.160493827$$

yaklaşık değeri kâtip **Ahmes** tarafından keşfedilmiş değildir. Çünkü bu değer **Ahmes**’in yukarıda söylediği gibi M.Ö. 19. yy.’dan kalma eski bir papirüsün kopyalanması sırasında oradan alınmıştır. **Ahmes** yalnızca bu eski papirüste dairenin karenin karelenmesine ilişkin kuralla birlikte bazı şeyler görmüş ve bunları yeni papirüse kopyalarken Problem 48 ve 50’de vermeye çalışmıştır.




Ahmes, Problem 50’de şöyle bir kural verir: **“Çaptan $\bar{9} = \frac{1}{9}$ ’uncu parçayı çıkar ve kalanın üzerine kare çiz. Bu, (dairenin) alanıdır”**. O halde dairenin çapı d olmak üzere

$$(2.2) \quad A_{Daire} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \left(d - \frac{d}{9}\right)^2 = \left(d - \frac{d}{9}\right) \cdot \left(d - \frac{d}{9}\right) = A_{Kare}$$

yaklaşımı geçerli olur ve buradan (2.1) elde edilir. Fakat **Ahmes** bu kuralla ilgili problemlerin çözümlerinde tabanın karesi almak yerine tabanı kendisiyle çarpar. Ancak bu çarpımı da örneğin 5^2 ’indeki gibi şöyle yapar (ki bu hesap [MMP 10](#)’da farklı şekilde yapılmıştır, çünkü orada 2 tane daire alanının hesabı vardır):

$$\begin{array}{r} 5 \quad 1/ \\ 10 \quad 2 \\ 20 \quad 4/ \\ \hline 5 + 20 = 25 \quad \text{Toplam} \end{array}$$

Bu nedenle **Ahmes**’in (2.2)’deki kuralla birlikte Problem 48 ve 50’de karenin bir kenar uzunluğunu $a = 8$ Khet ve dairenin çap uzunluğunu $d = 9$ Khet olarak çözüme değil uygulamaya ağırlık verdiğini görürüz. Çünkü RMP’deki Problem 41, 42 ve 43’te silindirin hacmi için taban alanı söz konusu olduğundan, tabandaki daire alanı yerine **Ahmes**’in yazmış olduğu bu kural kullanılır. Bunun dışında, RMP’nin kopyalandığı papirüsle aynı dönemde yazılan M.Ö. 1850’deki [Moskova Matematik Papirüsü](#)’nde (MMP) ve M.Ö. 1825’deki [Kahun Papirüsü \(Kahun IV, 3\)](#) (KP)’nde de yine bu kural kullanılır. Demek ki bu kural **Ahmes**’in ilk okuduğu papirüste vardı ve bunu yeni papirüse kopyaladı. Fakat **Ahmes**’in bu kuralı kopyalarken tamamen kâtiplik yaptığını düşünmememiz gerekir. Çünkü Avustralyalı Mısır bilimci ve matematik tarihçisi **Richard J. Gillings**, ilk kez 1958’de Alman veteran matematik tarihçisi **Kurt Vogel** tarafından ortaya atılan ve takipçileri tarafından hararetle savunulan iddianın doğru olup olmadığını ortaya koyabilmek için **Ahmes**’in papirüste daireyle ilgili bütün kaligrafik çizimlerini inceledi ve şu sonuçlara ulaştı:

RMP’de Daire ile İlgili Çizimler		
		
Problem 41	Problem 48	Problem 50

Şekil 2.1. *Gillings*’in RMP’deki daire taksonomisi (sınıflandırması). Bkz. [Şekil 13.3](#) ve [Şekil 13.4](#) (S. 139-140).

Gillings bu şekillere baktığında, bu çizimlerin hepsinin içinde (hiyeratik olarak yatayda) **“9”** sayısının yazdığını ve bu sayının dairenin çapını gösterdiğini fark etti. Ama ilk ve son şekillerde daire şekli açıkken ortadaki daire olmadığını anlamakta gecikmez. Çünkü ortadaki karenin içine çizilmiş olan şekli bir daire olarak düşünürsek bu durumda dairenin teğetler karesi nedeniyle d dairenin çapı olmak üzere şu sonuç çıkar:

$$(2.3) \quad \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim d^2 \Rightarrow \pi \lesssim 4.$$

İnanılır gibi değil ama eski Romalılar π için bu değeri kullanılıyorlardı. İşte bu yüzden ortadaki şekilde karenin içinde bir daire olamaz!

Bölüm 2: Eski Mısır’da II

Gillings’e göre *Ahmes* ortadaki şekilde karenin içine bir 8-gen çizmişti. Tabii ki bu çıkarım daha önceden *Vogel*’de olduğu gibi *Arşimet*’in “[Daire Çevresi Ölçmesi Hakkında](#)” adlı çalışmasının [Önerme 1](#)’indeki şekli andırdığı için “[Emeritus](#)” mertebesindeki İngiliz Mısır bilimci ve matematik tarihçileri (*T. E. Peet, A. B. Chase, R. W. Sloley*) tarafından yoğun bir eleştiri bombardımanına tabi tutularak kabul edilmedi. Onlar zannediyorlardı ki, *Ahmes*’in (2.2)’de bir kural olarak verdiği dairenin karelenmesi tıpkı *Arşimet*’in zamanındaki gibi açık açık ispat şeklinde olmalı idi. Yanıldıkları ise çok açık!

Şimdi bu İngiliz ejipto-matematikçilerinin neden yanıldıklarını anlayabilmek için Antik Yunan’daki π ’nin tarihçesine kısaca bir göz atalım.

Antik Yunan’da II

[Aristophanes](#): “İşe ilkin çemberi 4 köşeli yapmak için düz bir cetvelle başladım!”

Eski Yunan’da bir daire ile bir kare arasında kesin bir ilişki kurmaya çalışan ilk kişi *Anaksagoras* (M.Ö. 499-428)’tır. Güneş’in bir Tanrı olmadığını ve Ay’ın Güneş’in ışığını yansıttığını söylediği için hapse düşen *Anaksagoras*, bir gün hapisteyken [daireyi karelemeye](#) çalışmış, yani bir daireye eşit alana sahip bir kare çizmenin yollarını araştırmış ve birkaç başarılı yaklaşımda bulunmasına rağmen daireyi kareleyememiştir. Ondan sonra *Hipokrat* (M.Ö. 470-377) da daireyi ayıcıklarla karelemeye çalışmış, ama o da *Anaksagoras* gibi özel halde [daireyi karelemesine](#) rağmen genel halde başaramamıştır (Bkz. “[Matematik Tarihi/Hip-pocrates](#)”, S. 41-42). Diğerleri tarihin karanlık dehlizlerinde kaybolduktan sonra karşımıza *Antifon* ve *Bryson* çıkıyor. Bunların hayatı hakkında yeterli bilgimiz yoktur. Onlar da bu metodu geliştirmeye çalışıyorlar ama genelleştiremedikleri için yeni bir metot, “*Tüketme Metodu (Method of Exhaustion)*” üzerinde araştırmalarına başlıyorlar. Onlara göre, düzgün bir 6-gen alınıp kenar sayısı 2’ye katlanır ve sonra yine sürekli 2’ye katlanırsa sonunda o kadar çok kenar olacak ki, bu düzgün 6-gen bir daire haline gelecektir. *Antifon* önce bir düzgün 6-gen çizip art arda gelen düzgün çokgenlerle bir daireye yaklaşıırken, her birinin alanını hesapladı ve böylece dairenin yaklaşık alan değerini buldu. *Bryson* ise biraz daha ileriye giderek, aynı metodu “*Sıkıştırma Metodu (Sandwich Method: Sandwich Technique or Hamburger Method)*” ile kullanarak biri dairenin içine ve diğeri dışına olmak üzere 2 tane düzgün 6-gen çizerek bunların alanlarını hesapladı. Dairenin alanının bu düzgün 6-genlerin alanları arasında bir yerde olması gerektiğini düşündü. Bu hesaplamalar o çağ için oldukça karmaşık bir işti, çünkü giderek küçülen yüzlerce üçgenin alanını hesaplamayı gerektiriyordu. Ama ne kadar karmaşık olursa olsun, *Antifon* ve *Bryson* pek çok basamağa ulaştılar. *Arşimet* ise alana değil çevreye odaklandı ve dairenin çevre uzunluğunun içinde olduğu aralığı 2 ondalık doğrulukla keşfetti!

Çünkü *Arşimet*, *Antifon* ve *Bryson*’un metotlarını kullanarak yani biri dairenin içinde ve diğeri dışında olmak üzere 2 tane düzgün 6-gen aldı ve sonra bunların kenarlarını 4 kez 2’ye katlayıp düzgün 96-genlerin çevrelerini hesaplayarak π ’nin şu aralıkta olduğunu tahmin etti (Bkz. “[Pi Coşkusu/Eski Yunanistan Dönemi](#)”, S. 8-15):

$$(2.4) \quad 3 \frac{10}{71} \lesssim \pi \lesssim 3 \frac{1}{7}.$$

Fakat bu kesirler ilk kez [Aşkelonlu Eutokios](#)’un “[Arşimet’in Çember Ölçümü Hakkında \(Archimedis Circuli Dimensionem\)](#)” yorumunda görünür. Çünkü *Eratosthenes*’te, *Heron*’da ve diğer yerlerde (metinler, şekiller, yapılar vb.) π ’nin sadece üst sınırı görülür!

Bu konuda şu 2 heyecan verici gelişmeyi bildirmem gerekiyor.

Yunan Mimarisinde II

Bilindiği üzere mimarlık matematiğin bir adım ötesindedir ve bu yüzden heyecan vericidir. Heyecan veren şey ise, matematiğin mimarlığa ne ölçüde uygulanmış olduğudur. Giza Piramitleri bu alanda başattır. Bu piramitlerin hepsinde çalıştım ve Büyük Piramit’teki mükemmel işçiliğin bir benzerini diğer 2 piramitte göremedim. Örneğin *Petrie* orada adeta bir kuyumcu titizliğinde çalıştı ve çoğu yerde $\frac{1}{100}$ BI ve kritik yerlerde de $\frac{1}{1000}$ BI (ki $\frac{1}{40}$ MM’den biraz fazla olup çıplak gözle algılamak mümkün değildir. Bu nedenle bu tür uzunlukları teleskopla okuyordu) kullandı (Bkz. “[Chap. 7: Inside of Great Pyramid](#)”). Yani birbiri ardı sıra yapılan *Khafre* ve *Mankeure*’nın piramitleri *Khufu*’nun piramitinden daha iyi olacakları yerde, onunla yarışamaz hale düşmüşlerdir. Çünkü *Khufu*’nun dönemindeki mühendisler, mimarlar, ustalar ve işçiler *Khafre* ve *Menkaure*’nin dönemindekilerinden çok daha iyi idi. Bunu *Khufu*’nun hırsının “*Altın Nesil*” ile birleşimiyle açıklayabiliriz ki, *Khufu*, kendisinden önceki babası [Sneferu](#)’yu geçmeyi ve kendisinden sonra ise bir daha erişilmesi güç bir rekora imza atmayı düşünüyordu, dolayısıyla *Khufu*’nun hırsı piramitinde çalışanlarla birleşince ortaya bir başyapıt çıktı: Büyük Piramit!

Yunanlı Mimar, Arşimet’in Önerme 2’sindeki şekli kullanır!

Eğer π ’nin mimariye uygulamasına geçerse 1436 tarihli Grekçe yazılmış “[The Code 65](#)” el yazması son derece dikkat çeker. *Maria D. Chalkou*’nun (Ulusal Üniversite/Atina, Matematik Bölümü) 2006’da incelediği bu el yazması, içindeki problemler nedeniyle, Yunanlı bir mimar tarafından yazıldığı sanılıyor ama adı belli değil. Yunanlı mimar, el yazmasındaki Bölüm 167, 168 ve 172’de *İskenderiyeli Heron*’da olduğu gibi π ’nin sadece (2.4)’teki üst sınırını kullanır ve *Arşimet*’in [Önerme 2](#)’sine göre (ki bunu [Şekil 2](#)’de görebilirsiniz) ilkinde çevresi 22 Birim olan çemberin çapının 7 Birim olduğunu gösterir, ikincisinde çaptan çevreye ulaşır ve üçüncüsünde ilkinin tersine, çapı 7 Birim olan teğetler karesi verilmiş çemberin çevresinin 22 Birim olduğunu bulur!

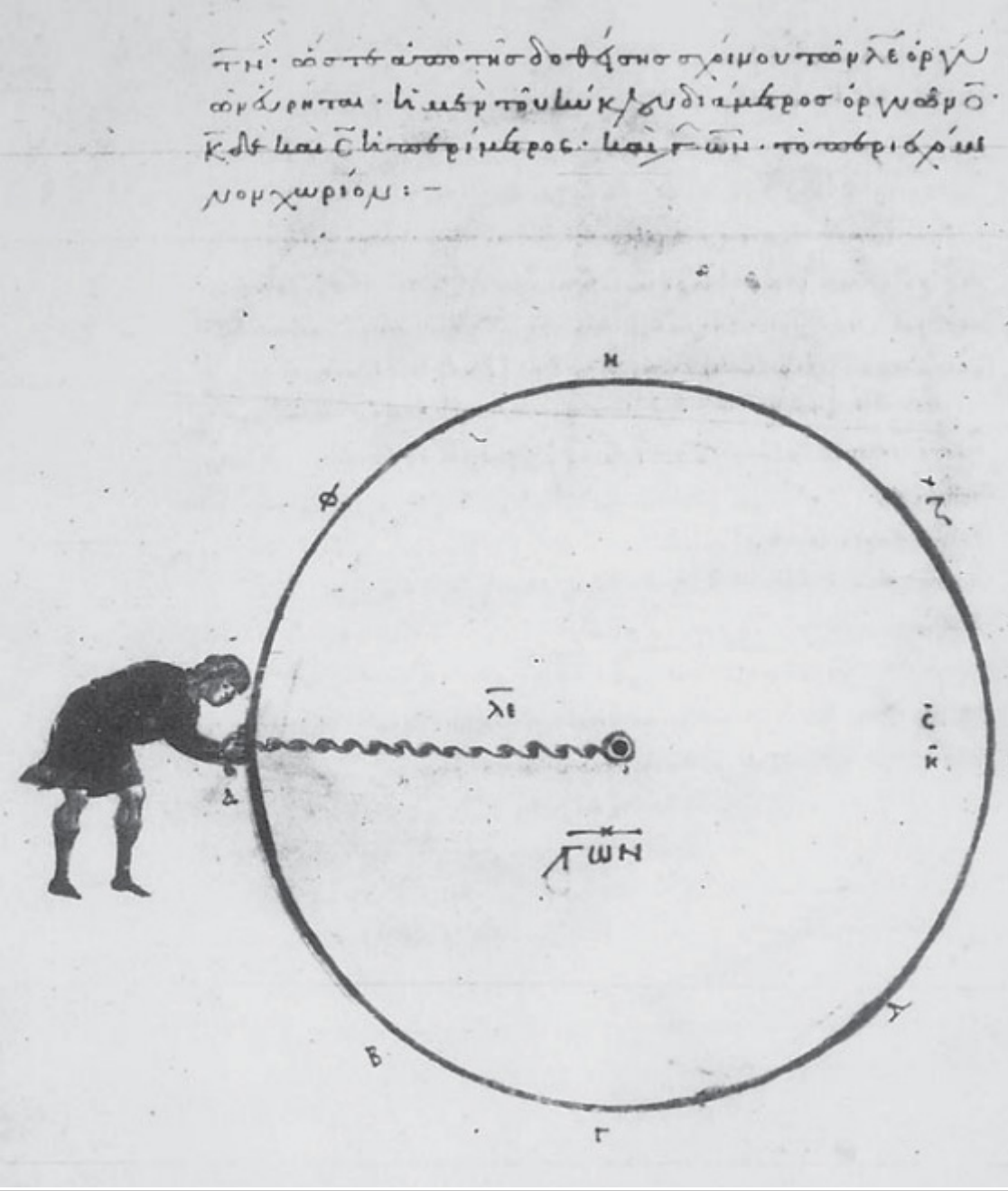
Aya Sofya’nın kubbesinin yüzey alanı nedir?

Şüphesiz bu Yunanlı mimar durduk yere bu problemlerle uğraşmadı, çünkü “[Heron of Alexandria and the Dome of Hagia Sophia in Istanbul](#)” kitabının 1390. sayfasında gösterilen *Bizanslı Heron*’un (soldaki sayfadaki) çizimine göre Ayasofya’nın çekirdeği olan kubbenin çapı 105 Bizans ayağıdır ve 1392. sayfasında da yarıçapı 35 Bizans ayağı olan daireyi nasıl ölçtüğü gösterilmektedir (ki orada π için yine $\frac{22}{7}$ alınmış ve dairenin alanı aşağıdaki Şekil 2.2’deki merkezin altında 3850 Bizans ayağı kare olarak verilmiştir).

Buna göre Aya Sofya’nın ana kubbesinin merkezindeki dairenin alanı,

$$(2.5) \quad \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{105}{2}\right)^2 = 8662 \frac{1}{2}$$

Bizans ayağı kare ve eğer bu kubbeyi yarım bir küre olarak kabul edersek (ki gerçekte değildir. Çünkü kubbenin tabanının doğu-batı çapı [30.86 M](#) ve kuzey-güney çapı [31.87 M](#) olup daire formunu kaybetmiştir), yarım ana kubbenin yüzey alanı (bir öncekinin 2 katı olarak),



Şekil 2.2. Bizanslı *Heron*'un daire alanı ölçümü. Bkz. Şekil 5. Yarıçapı 35 ($\overline{\lambda\epsilon}$) Bizans ayağı olan dairenin alanı merkezin hemen altında 3850 ($\overline{\Gamma\omega\mathbf{N}}$) Bizans ayağı kare olarak geçer.

Arşimet MV” adlı 10 dosya ve 261 sayfadan oluşan albümdeki bazı özelliklere göre yeni bir yorumla yazmıştım ama o sıralarda *Arşimet*’in hesaplarını anlamam mümkün değildi; çünkü bunun için eski uygarlıkların matematiğini bilmek gerekiyordu. Aradan geçen bu zaman zarfında Eski Uygarlıkların (Eski Mısır, Eski Babil ve Eski Yunan) Matematiği’ni öğrendim ve doğal olarak kafamda *Arşimet*’in *Önerme 3*’ünün orijinallliği hakkında bazı kuşkular oluşmaya başladı. Bilindiği üzere *Önerme 3* 5. y.y.’da *Eutokios* tarafından yapılan yeni bir yorumla *Arşimet* Palimpsesti’nde geçer ama bu palimpsestin yazımı 975’te Konstantinopolisli bir kâtip tarafından yapılmış idi. Dolayısıyla tüm bu gelişmeler *Arşimet*’in *Önerme 3*’ünün orijinallliğini sorgulatır. Bunlara ek olarak *Arşimet* ve çalışmaları hakkında çok az bilgiye sahibiz ve bunun doğal sonucu olarak bir sürü spekülasyon yükselir. İşte bu yüzden Eski Uygarlıklara 15 yıllık tarihi bir yolculuk yapmak zorunda kaldım. Örneğin, *Arşimet*’in π için (2.4)’te verdiği üst sınır Büyük Piramit’in geometrisinde olduğu geçiyordu ve 2004’te *Smyth* gibi Büyük Piramit’e gidip yerinde araştırma yaptım. Bu araştırmamdan çıkan sonuçları 62 sayfalık “*Büyük Piramit’teki II’nin Sırrı, 2004*” adlı kitabımda topladım. Bu kitabın 30-36. sayfalarında yer alan “*Hemon’un Başyapıtı’ndaki (Büyük Piramit) π (22/7) İçin Unutulmuş Metot (Arşimet’in Daire Çevresi Ölçmesi, Önerme 1&2 (Genişletilmiş Versiyon))*” bölümünde *Arşimet*’in önermelerini kullanarak piramitin geometrisinden $\frac{22}{7}$ ’yi keşfetmem benim için tam bir şok olmuştu. Ama suç bende değil Yunanlılarda idi, çünkü onlar ne *Arşimet*’in *Önerme 3*’üne ne de Büyük Piramit’e vakıf değildiler. Yani onların bana yardım etmesine imkânı yoktu, dolayısıyla aslında orada kendi kendime yardım ediyordum. Bu arada orada çalışırken *İmparator Napoleon*’un 21 Temmuz 1798’de geometride adıyla anılan teoremi yanındakilere anlatmış olduğunu da duydum ve bu teoremi genelleştirme şansına sahip oldum (27.12.2004, 03:20 ⁽¹⁾). Bu bakımdan *Napoleon*’un bende çok özel bir yeri vardır. Bana göre bu teorem ünlü Fransız geometrici *Gaspard Monge*’un (ki kendisi adeta *Napoleon*’un gölgesi gibiydi) kafasından çıktı. Çünkü teorem tam anlamıyla bir tasarım teoremi idi ve *Monge* da bu işin ustası idi. O, *Napoleon* ile 1798’deki Mısır Seferi’ne çıkmadan 2 yıl önce tasarım geometrisinin temellerini attığı “*Descriptive Geometry*” adlı bir külliyat yazmıştı ve anılarında da bu teoremden bahsetmez. Bu teorem ilk kez *Napoleon*’un ölümünden 4 yıl sonra, 1825’te *Rutherford*’un “*Bayanlar Günlüğü (Ladies Diary)*”nde gözüktür. Daha sonra 1911’de *Faifofer*’in İtalyanca “*Temel Geometri*” kitabında tekrar gözüktür. Kitapta bu teoremin geçtiği yerde parantez içinde isimsiz olarak “*Napolyon tarafından Lagrange’a gösterilmek üzere önerilen teorem*” ifadesi geçer! Ancak bir yanda tasarı geometrisinin kurucusu ve *Napoleon*’un gölgesi olan *Monge* varken ve bu teorem bir tasarı geometri teoremi iken, diğer yanda *Napoleon*’un *Lagrange*’a danışmış olması bana hiç mantıklı gelmiyordu doğrusu. Yani bu teorem için *Monge*’a kredi veriyorum!

Burada sorun şu: *Arşimet*’in *Önerme 3*’ü *Eutokios*’un eline geçtiğinde (2.4)’teki kesirlerin nasıl elde edildiğine ilişkin tüm hesaplamalar *Arşimet* tarafından verilmemişti ki! Ya da tersini düşünelim: Eğer *Arşimet*’in bu çalışması yaklaşık 800 yıl sonra *Eutokios*’un eline geçtiğinde (2.4)’teki kesirler için tüm hesaplar *Arşimet* tarafından gösterilmişse, o zaman *Eutokios*, neden kendi adına bir yorumda bulunuyordu? Eğer bunu doğru kabul edersek *Heron*, “*Metrica*”da neden *Arşimet* adına (2.4)’teki gibi ama ondan π ’ye çok daha yakın (4.1)’deki kesirlerin elde edilmesine ilişkin hesapları gösteremedi? Burada *Heron*’un “*Metrica*”da π için (2.4)’teki sadece üst sınırı verdiğini ama alt sınırdan hiç bahsetmediğine dikkat etmek gerekiyor. Söz konusu bu durum *Eutokios*’a kadar tüm Grek metinlerinde hep böyledir. Bu durumda daha (2.4)’ü gösteremeyen *Heron*, (4.1)’i nasıl vermiş olabilir? Yani *Heron*’un (2.4)’ten hareketle (4.1)’i vermesi gerekmiyor muydu?

$$(2.6) \quad 4 \cdot \frac{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2} \lesssim \frac{\pi \cdot d^2}{2} = \frac{22}{7} \cdot 105^2 = 17325$$

Bizans ayağı kare olur (1 ayak uzunluğu 29.6 CM’dir. Bkz. “*Tarih*”, Uzunluk Ölçüleri, PDF’de S. 673. Ayrıca bu son sonuç için *MMP 10*’a bakabilirsiniz). Fakat ana kubbenin tabanındaki daire karelenemez. Çünkü aynı kitabın 1393. sayfasındaki Aya Sofya’nın zemin planına göre dairenin çapı 105 Bizans ayağı (ki bu, soldaki dairenin çapının $1\frac{1}{2}$ katıdır) iken merkezleri çakışık karenin bir kenarı yaklaşık olarak 99 Bizans ayağıdır. Dolayısıyla bu daire ne çevre ne de alan bakımından karelenemez!

Bunu biliyor muydunuz?

Aya Sofya’nın mimarı Miletli *Isidorus* ve yardımcısı Aydınli *Anthemios*, Aya Sofya’nın bazı yapılarını *Arşimet*’in bazı çalışmalarından (“*Çember ve Daire Ölçüleri*”, “*Küre ve Silindir Hakkında I II*”) esinlenerek yaptı!

Seyir Defterimden Notlar

Burada eğer kendi tarihçeme başvurursam şu sonuçlar çıkar: *Arşimet*’in “*Çember Ölçüsü Hakkında (On The Measurement of The Circle)*” kitabındaki Önerme 3 ile ilgili hesaplar 94-96. sayfalarda bulunur ve buna ilişkin ilk çalışmamı 31.08.2002, 18:00’da “*Daire Ölçmesi Hakkında: Önerme 3*” adlı makalemde yapmıştım (Y.N. Bu makaleye bir de kapak yapmıştım ve kapakta Türk-Yunan Dostlğundan bahsetmiştim. Fakat karşı tarafın niyetini öğrenebilmek için devamlı mücadele halinde olmanız gerekiyor. Yoksa kendinizi aldatırsınız. Bkz. *Seraph*: “*Kavga etmeden kimin kim olduğunu anlayamazsın*”, “*MATRIX Reloaded*”. *Kahin*’i koruyan *Seraph*, *Neo* ile ilk karşılaştığında bu sözü söyler). Ben bu makaleyi 22/7.2002’deki “*Arşimet’in Me-*

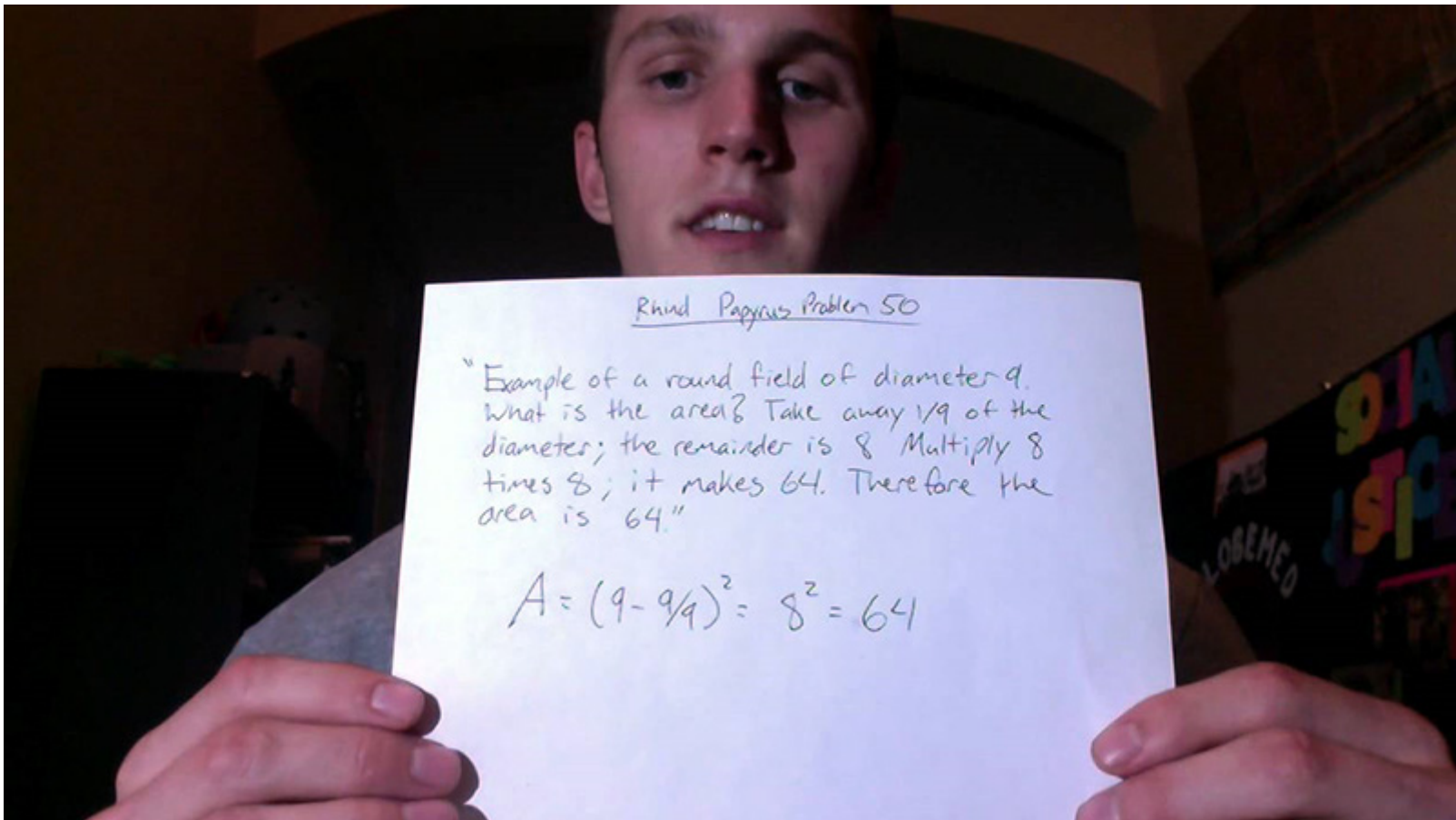
(¹) Anılan tarihte bu teoremi genelleştirirken Dünya’nın en büyük depremlerinden biri olmuştu. Şöyle bir şey oldu: Ben pazartesi 3. dersteyken sevincimden Şekil 2’deki çemberi ve içine düzgün 6-genî çizdikten sonra teoremi anlatmaya geçiyordum ki bir kız öğrenci büyük bir deprem olduğunu söyledi (Bkz. *2004 Hint Okyanusu depremi*).

İşin kötüsü, **Heron**'un gösteremediği bu hesaplar için inanılmaz ağırlıktaki bir işin altına tek başıma girdim. Şüphesiz "[EK 1: HERON'un 'METRICA'da ARŞİ-MET'in \$\pi\$ İçin Verdiğini İddia Ettiği Sınırlar Hakkında](#)" çalışmasını **Heron** için yapmamıştım, bu konuda bazı tahminler (*Tannery-1903, Heiberg-1912*) yapılmıştı ve bunları analiz ederek geçmişteki bazı matematikçilere (*Van Ceulen, Snellius, Arşimet, Ptolemaeus, Vietæ*) Saygı Ziyaretleri'nde bulundum. Fakat **Ptolemaeus**'a çok özel bir saygı ziyaretinde bulundum, çünkü onun π için 60 tabanında verdiği değerle elde edilen sonuç **Meton**'unkinden daha üstün çıktı. Bu yüzden "[EK 2: Çağlar Boyunca Saros Döngüsü'ndeki PTOLEMY'nin II'si](#)" çalışmasını yaptım. Aslında bu çalışmayı **Ptolemaeus**'un yapmış olması gerekiyordu ama demek ki gözünden kaçmış. Hadi diyelim ki **Ptolemaeus** bunu gözden kaçırdı, peki **Vietæ**, bunu nasıl kaçırmış olabiliyordu? Çünkü kendisi Gregoryen Takvimi'ni sıcaklığına düzenleyen ilk ve tek matematikçiydi. Demek ki şans bana gülmüş! Bence bu çalışma astronominin klasikleri arasında yer almalı. Belki günümüz astronomlarının orada bir anlama şansları olabilir. Son olarak **Heron**'un gösteremediği bu hesaplar için "[4.7. HERON'un 'METRICA'sında \$\pi\$ İçin Verilen Sınırlar Hakkındaki Araştırma Sonuçları](#)"ı verdim. İşte bu araştırmada **Heron**'un "[Metrica](#)"da **Arşimet**'e ithaf ettiği, daha doğrusu iddia ettiği sınırların **Arşimet**'ten gelmediği sonucu çıktı. Çünkü oradaki hesaplar **Arşimet**'in dönemine özgü değildi (ki bunun bir benzerini ama ondan daha Büyük El Hesapları'nın yapıldığı 16-17. y.y. Avrupa Matematik'i'ndeki örneklerde görebilirsiniz. Bu dönemin temsilcileri olarak **Vietæ, Van Ceulen, Snellius** ve **Huygens**'i verebiliriz. Bunların elle yaptıkları hesaplar şimdi bilgisayarlarda yapılabiliyor ancak), dolayısıyla **Eutokios**'un uğraştığı hesaplardan çok daha ağır idi. Gerçi **Eutokios**'un altına girdiği iş 6-7 basamaklı sayılarla hesap yapmaktı ama bu son çalışmamdaki hesaplar ondan çok daha beter idiler. Eğer bu hesapları elle yapmaya çalışırsanız yanınızda **Snellius** gibi bir hesap adamının bulunması şart olacaktır. Öyle anlaşıyor ki **Eutokios Arşimet**'in (2.4)'teki kesirlere nasıl ulaştığına ilişkin bir yorumda bulunmuş ve bu yorumda her bir hesabın nasıl yapılmış olduğunu açık açık göstermiştir.

Özetle eski Yunan'da π ile ilgili ilk çalışmalar eski Mısır'dan onlara intikal eden "[Daireyi Kareleme](#)" metoduyla başlamış ama bunda başarısız olmaları nedeniyle **Antifon, Bryson** ve **Arşimet**'in kullandıkları kesin sonuç veren metoda yönelmiştir. Burada eski Yunanlıların dairenin karelenmesi metodu nedeniyle **Ahmes**'in (2.2)'deki kuralını duymamış olduklarını kabul etmemiz mümkün değildir. Çünkü bu kural M.Ö. 1850'deki **MMP**, M.Ö. 1825'teki **KP** ve M.Ö. 1550'deki **RMP** ve günümüze ulaşamayan daha birçok papirüste geçiyordu. Bunlardan **KP** (?) firavun **II. Sesostris**'in piramitinin yakınındaki piramit işçilerinin konakladığı yerdeki kazı sırasında keşfedilirken **MMP** ve **RMP** Teb'de keşfedildi. Öyle görünüyor ki bu son papirüsler Çocuk Firavun **Tutankhamun**'un başkenti Amarna'dan Teb'e taşırken geldiler ve keşfedilene kadar da orada hep öyle kaldılar. Bu nedenle **Napoleon**'un 1798'deki Mısır Seferi ile başlayan Avrupa'daki "**Mısır Salgını (Egyptomania)**" sonucunda Teb Avrupalılar için adeta bir altın madenine dönüştü ve Teb'deki en büyük keşifler 19. y.y. sonunda ve 20. y.y. başında oldu: 1858'de İskoç antikacı ve koleksiyoner **Alexander Henry Rhind**, Ramesseum'daki kaçak kazıların birinde bulunan [Ahmes papirüsünü](#) Luksor'da satın aldı. 1892-3'te Rus Mısır bilimcisi ve en büyük koleksiyoner **Vladimir Golenischev** yine Teb'deki kaçak kazılarda bulunan **MMP**'yi ele geçirdi ve daha sonra bu papirüs Puşkin Güzel Sanatlar Müzesi'nin koleksiyonuna girdi. Bunlarla birlikte elimize geçmeyen Mısır Matematik Papirüsleri'nden bazılarının eski Yunanlılar tarafından iç edilmiş olduğu da açıktır!

Austin Carter'ın merakı: RMP 50

Aşağıdaki resimdeki **Austin Carter**, RMP 50'nin çözümünün neden böyle olduğunu soruyor ve büyük bir heyecanla çözümdeki yöntemi öğrenmek istiyor:



Resim 2.1. **Austin Carter**'a göre RMP 50'nin çözümü, [Rhind Papyrus Problem 50 Introduction](#). Bu videoyu 8 yıl önce atmış ama kimse yardım etmemiş!

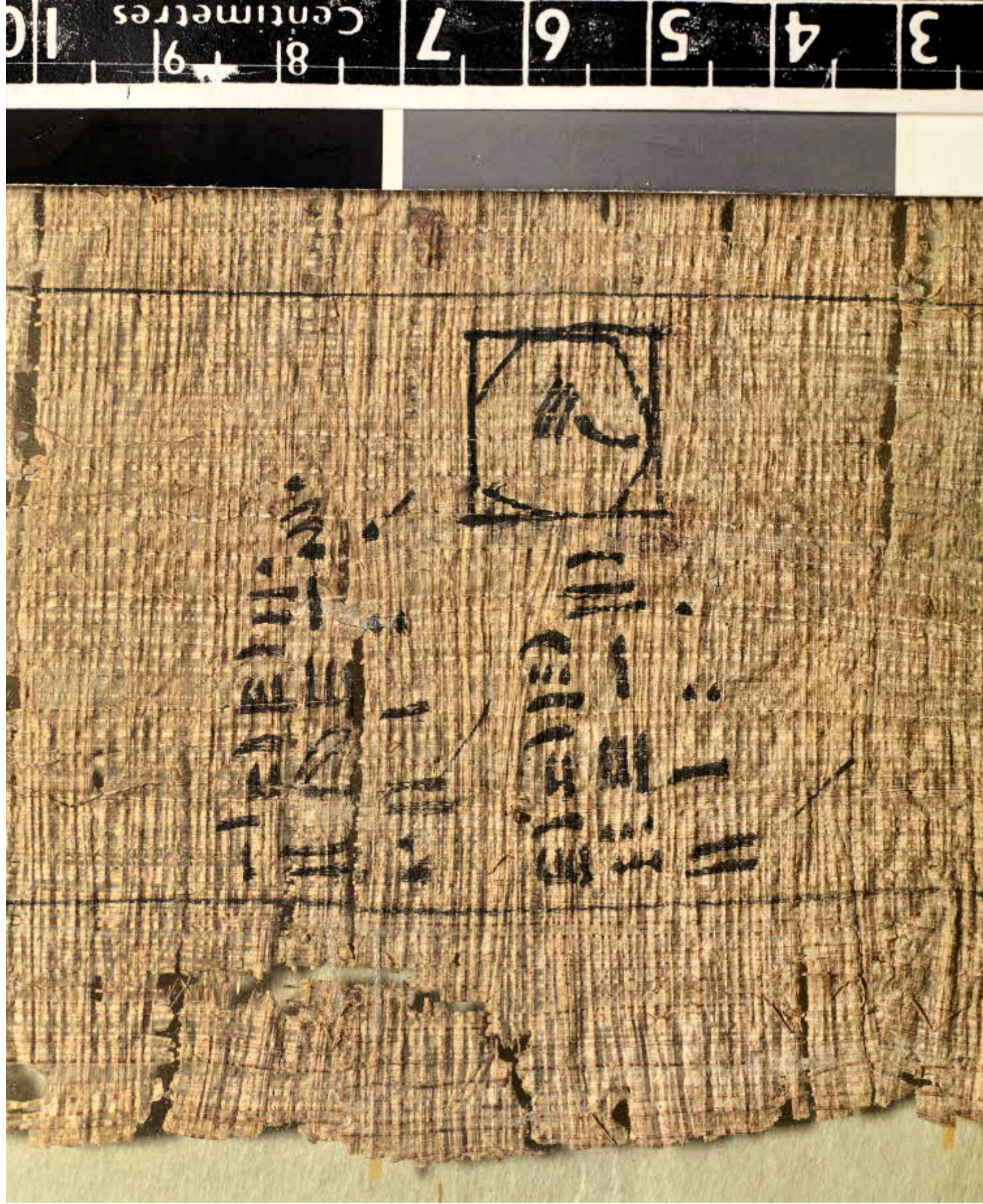
"Doğal olarak akla gelen soru, Mısırlıların bir dairenin alanını belirlemek için bu formülü nasıl bulduklarıdır. Burada 9'a 9'luk bir kare ve üzerinde 9 çapında bir daire görüyorsunuz Mısırlılar bu karenin alanını bulmaya çalıştılar ve buldukları çözüm aynı büyüklükteki karenin içine bir 8-gen çizmek oldu. Bu 8-genin elde etmenin yolunun 2 üçgeni kesmek ya da parçalamak olduğu öne sürüldü. İlk ikisinin alanı $4 \frac{1}{2}$, ikinci ikisinin alanı ise $9^2 - \left(2.4 \frac{1}{2} + 2.4\right) = 64$ 'e eşit olduğunu ve 64'lük bir alanla sonuçlandığını gösteriyor. Şimdi 64, 8'in karesine eşittir ve tarihçilerin eski Mısırlıların bir dairenin alanı için formül oluşturdıkları yol olarak önerdikleri şey budur."

Şimdi Antik Mısır π 'si için bu kısa girişten sonra ilkin Problem 48'i detaylı bir şekilde ele alacak ve sonra Problem 50'deki kuralın nasıl ortaya çıktığını tüm yönleriyle göstereceğim. Burada **Austin Carter**'ın söylediği yöntem Problem 50 için bir ispat teşkil etmez ama 8-genden bahsetmesi dikkat çeker!

(²) Ünlü İngiliz Mısır Bilimcisi **Petrie** bu papirüsü bir ölünün vücuduna sarılı ama kurtlanmış vaziyette son derece kötü bir halde bulmuştu. Demek ki ölü, bu papirüsün kendisine öteki tarafta (Afterlife) rehber olmasını arzuluyordu. Bkz. "[Beşiktaş metrosundaki kazıda, taş baltayla gömülü iskelet bulundu](#)".

2.2. Problem 48 Hakkında. Öncelikle bu problemin metnini vermeden önce şu bilgilendirmeyi yapmam gerekir: Britanya Müzesi [30 Haziran 1898](#)'den beri RMP'deki problemlerin ne orijinallerini ne de Müze müdürü **E. A. Wallis Budge** tarafından hazırlanmış "[Facsimilé of the Rhind Mathematical Papyrus](#)" kitabındaki kopyalarını 2017'ye kadar yayımlamadı. Elbette Britanya Müzesi yetkilileri suçlanamaz ama o konuma düştüler. Çünkü ilkinde RMP'deki problemlerin dijital ortama aktarılması sorunu varken ikincisinde kitap sadece Nadir Kitap satan yerlerde mevcuttu ve bu yüzden inanılmaz derecede pahalıydı. Dolayısıyla aradan geçen bu zaman zarfında RMP'deki bazı problemlerin, özellikle Problem 48, üzerinde doğal olarak spekülasyonlar yükseldi. Benim anılan kitaba erişmem bir şans eseri 19.08.2017, 16:00'da Google'da Problem 48 ile ilgili bir araştırma yaparken oldu (bkz. Şekil 2.5) ve Problem 48'in Britanya Müzesi'ndeki orijinaline ulaşmam ise yine Google'da ama bu sefer derinlemesine bir araştırma yaparken oldu (Bkz. Şekil 2.3).

Ve işte karşınızda [Problem 48](#)'in orijinal hali:



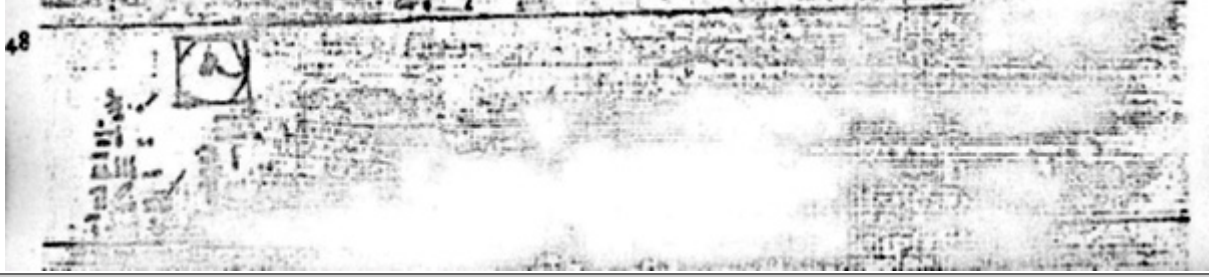
Şekil 2.3. [Problem 48](#)'in orijinali, Britanya Müzesi, Yayın Tarihi: 09.04.2017.

Rhind papirüsündeki bu görüntüyü elde edebilmek için 1877-2017'de mutlaka Britanya Müzesi'ne gitmeniz gerekiyordu. Çünkü 1927'ye kadar papirüsteki 85 problem hep elle yazıldı ve çizildi. Örneğin 1923'ün sonlarında **T. Eric Peet** tarafından yayınlanan "[The Rhind mathematical papyrus British Museum 10057 AND 10058](#)" kitabındaki 14. şablondaki [48 no'lu parça](#)sında gördüğünüz gibi sadece çizim yoluyla aktarılıyordu. Burada şu noktaya dikkat etmek gerekiyor: "[Meretseger Books](#)'daki [Rhind Papirüsü](#) ilgili nadir kitapların yarısı satılmış durumdadır. Ama içlerinde en değerli olanı, bir kopyası Şekil 2.5'te görülen kitaptır. Çünkü RMP'deki tüm problemlerin en mükemmel kopyaları bu kitaptadır. Bu mükemmel kopyaları başka hiçbir kitapta bulamazsınız. Bunun üzerine Meretseger Books'a M0265a no'lu [Facsimilé of the Rhind mathematical papyrus \(Rhind matematik papirüsünün tıpkıbasımı\)](#) adlı kitabın kataloğa ne zaman konulduğuna dair 1 Eylül 2017'de bir e-posta gönderdim ve [03.09.2017, 21:26:20](#)'de bana gelen yanıtta, bu kitabın 2014 ve [2016 Temmuz](#)'unda 2 kopyasının satıldığını ve fiyatının 800-950 Euro arasında değiştiği bildirildi (ki şimdi BIBLIO'dan [1864.97 \\$](#)'a alabilirsiniz. Şimdi 1809.86 \$'a indi). Eğer ilgileniyorsam, sonraki kopyayı kaydettirmek için [PEET T. Eric The Rhind Mathematical Papyrus. British Museum 10057 and 10058](#) kitabı önerildi. Fakat bu kitapta sadece RMP'nin sadece hiyeroglif metinlerinin olduğu ama Şekil 2.5'teki gibi tıpkıbasım kopyalarının olmadığı söylendi. Tabii ki bunu kabul etmem mümkün değildi!". Gerçekten de **Peet**'in kitaplarındaki problemlerin yazımları ve çizimleri **E. A. Wallis Budge**'nin 1898 tarihli tıpkıbasımının yanında çok sönük kalıyordu. Daha sonra [Problem](#)

[48](#)'in orijinalinin Britanya Müzesi'nde olduğunu gördüm ve yukarıda gördüğünüz gibi Şekil 2.3'te koydum. Britanya Müzesi'ne göre Şekil 2.3'teki [Problem 48](#)'in yayınlanma tarihi 09.04.2017'dir. Bu tarihi o sırada İnternet Explorer ile dosyanın özelliklerinde görmüştüm ve bunun doğru olup olmadığını Britanya Müzesi'ndeki Rhind papirüsünün [EA 10058](#) kodlu 2. parçasındaki [Problem 48](#)'den kontrol edebilirsiniz!

Peki bütün bunları neden anlattım?

Şunun için anlattım: [Problem 48](#)'e ilk kez 16.03.2011, 23:07'de basit bir bakış atmıştım (ki bu makaleyi o tarihten kalma dosyanın üzerine yazıyorum şu anda) ve bunu ileride değerlendirmek üzere arşivime kaldırmıştım. Ama o tarihte şimdi ulaştığım bu kaynakların hiçbirisi yoktu ve araştırmacıların ellerinde yalnızca şu berbat fotoğraf vardı:



Şekil 2.4. Şekil 2.3'teki fotoğrafın şimdiye kadar bilinen tek çekimi bu idi, "[Squaring The Circle/Ahmes Papyrus: Problem 48, S. 12](#)" (Bu link şimdi ölüdür).

Çok ilginçtir, Britanya Müzesi özellikle bu problemde sanki bir tuhaflık varmış gibi diğer problem metinlerini, hem de renkli olarak, yayınlanmasına izin verirken özellikle bunu yayımlamaktan her defasında kaçınıyordu. Bu fotoğraftan anlaşıldığı kadarıyla problemin metni son derece kötü görünüyor, yani metin yarım yamalak okunuyor. Sanki bir şey saklıyorlardı bu metinde, özellikle çizimde. Gerçi 1927 tarihli **A. B. Chase**'in "*THE RHIND MATHEMATICAL PAPYRUS, VOL I, II*" kitaplarında Problem 48'in [çeviriyazısı](#), [çeviri](#), ve [fotoğrafı](#) vardı ama bunlar bu nadir kitaplarda yer aldıklarından ulaşma sorunu vardı (ki 1. ve 2. ciltlerin archive.org'daki yayınlanma tarihlerinin 02.10.2019, 20:41:06 ve 06.10.2019, 10:47:54 olduğuna dikkat ediniz. Bu arada **A. B. Chase**'in Meretseger'deki "*The Rhind mathematical papyrus*" kitabı da satılmış durumdadır).

2.2.1. Problem 48. Bu problemin metni **Meretseger Books**'un nadir kitaplar koleksiyonunda bulunan ama şimdi satılmış olan M0265a katalog no'lu "[RMP'nin tıpkıbasımı, PlateXIII, p. 19-28](#)" sayfasının sonunda şu şekilde görülmektedir:



Şekil 2.5. 1898'de Britanya Müzesi tarafından yapılan okuma, **Meretseger Books**, "[RMP'nin tıpkıbasımı, PlateXIII-XIV](#)", Yayın Tarihi: 09.05.2017.

Rhind Papirüsünden Mükemmel Kopyalar!

Şimdi bu şeklin yer aldığı ve Rhind papirüsünün [EA 10058](#) kodlu 2. parçasındaki 85 problem metninin tıpkıbasımı olan (bkz. "[Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cilt 3](#)", Şablon [34-106](#)) Sör **E. A. Wallis Budge**'nin 1898 tarihli ve Meretseger'den aldığım "[Rhind matematik papirüsünün tıpkıbasımı](#)" kitabına sitemden şu yollardan biriyle erişebilirsiniz (Y.N. Bu kitabın orijinaline "[Facsimile of the Rhind Mathematical Papyrus in the British Museum](#)"den de ulaşabilir (ki buna 3. maddeden doğrudan erişebilirsiniz) ve NATURE dergisinde [24 Kasım 1898](#)'de yayınlanan tanıtımına bakabilirsiniz):

1. [Kitap](#) 28 sayfadan oluşur: İlk 3 sayfasında kitabın çeşitli açılardan görünümü, sonraki 3 sayfasında Britanya Müzesi müdürü **E. A. Wallis Budge**'nin Rhind papirüsü hakkında 30.06.1898'de yazdığı "[Önsöz](#)", 7. sayfada kaynakça ve geri kalan 21 sayfada (Şablon I-XXI) Rhind papirüsündeki 85 matematik problemi vardır. Bu problemlerin yer aldığı şablona kitap kapağının altındaki her bir küçük resme (thumbnail) tıklayarak doğrudan erişebilirsiniz.

2. Kitap kapağının sağ üst köşesine farenizin sol tuşuyla tıklayarak 1. maddede anlatılan tüm sayfalara doğrudan erişebilir ve sayfalar arasında gezinmek için sağ ve sol ok tuşlarına basabilirsiniz. İsterseniz bu sayfaları farenizin sağ tuşuna tıklayarak "Resmi yeni sekmede aç" komutuyla ayrı ayrı açabilir ve üzerlerine tıklayarak tam boyutta görebilirsiniz. Bu resimler kitabın mevcut baskılarındaki en büyük ve en iyi imajlardır!

3. Eğer farenizin sol tuşuyla kitap kapağının üzerindeki ve "[Full scan available](#)" yazısının sağında kalan kitap imajına tıklarsanız 1. maddede anlatılan tüm sayfaları okuma modunda görebilirsiniz.



Resim 2.2. Britanya Müzesi müdürü Sör **E. A. Wallis Budge**, Mısır ve Asur Eserleri Bölümü Başkanı, [04.01.1930](#), Ulusal Portre Galerisi.

Problem 48'in İmajında Kritik Bir Hata!

Yukarıdaki 48. problemin imajı mükemmel. Ama nasıl? Şekle dikkat edilirse [Problem 48](#)'in tam bir metnini elde edebilmek için 2 farklı şablondan yararlandım. Çünkü uzman olmayan bir Britanya Müzesi yetkilisi, RMP'deki problemleri şablonlar halinde bölerken dikkatsiz bir şekilde ayırmış, dolayısıyla problemlere ait metinler şablonlara düzgün dağılmamıştır. Bu nedenle Şekil 2.5'teki metni [13. şablon](#)daki son problemdeki [Problem 48](#) (ki bu sağ parçadır) ve [14. şablon](#)daki son problemdeki [Problem 54](#)'ün sağ başındaki sayıları (ki bu sol parçadır) birleştirdim (ki bu birleşmeyi şekilde görülecek biçimde kasıtlı olarak bıraktım).

2.2.1.1. Çeviri ve Okuma. Burada söz konusu olan Şekil 2.3, 2.4 ve 2.5'teki [Problem 48](#)'i önceki uzmanlar sağda görünen Şekil 2.6'daki gibi okumuşlar ve çevirmişlerdi. Bu çeviride üstte [Problem 48](#)'in orijinal şekli olan hiyeratik metni ve altında hiyeroglif metni çıkartılmıştır. Buna göre *Ahmes*, ilk bölümde (sağdaki 1-3. sütunlar) kenarı 8 Khet olan karenin alanının ve ikinci bölümde (sağdan 4-6. sütunlar) çapı 9 Khet olan dairenin teğetler karesinin alanının nasıl elde edilmiş olduğunu adım adım gösterir. Fakat *Ahmes*'in matematiksel yazımı son derece berbattır. Örneğin “Setat” birimini ilk bölümde üst üste yatay 2 çizginin (ki her bir yatay çizgi “4” anlamına geldiğinden “8” kastedilmektedir) üzerinde gösterirken ikinci bölümde “18”deki “8”in üzerinde garip bir noktayla gösterir. Çünkü bu son yazım şekli 8'in “ $\bar{8} = \frac{1}{8}$ ” şeklinde yanlış bir anlama da yol açıyordu. Gerçi bu nokta işareti “1” ve “2” rakamları için konulan noktalardan farklı görülüyor ama bunu ancak dikkatli gözler fark edebiliyor. İkinci olarak *Ahmes*'in ikinci bölümde “1” rakamının sağ başında ve her iki bölümdeki “8” rakamın sağ başlarına sola köşegenel çizgiler (tik işareti gibi) çektiği görülüyor. Bu çizgiler o sayılara ilişkin sonuçların toplamda alındığını gösterir. Bunlardan birinci bölümde 8'in sağına çekilen çizgi bu bölümdeki tek toplamı gösterirken, ikinci bölümde 1 ve 8'in sağ başlarına çekilen çizgiler bunlara ait 9 ve 72'nin toplama alındığını gösterir.

10 Tabanındaki Sayılar

Üçüncü dikkat çeken nokta şudur: *Ahmes*, metnin ilk bölümünde bir kenarı 8 Khet olan karenin alanını hesaplarken 2. satırda 1 Khet ile çarparak 8 Setat buluyor ve bunu da 3. satırda 2 Khet ile çarparak 2 Khet \times 8 Khet = 16 Setat sonucuna erişiyor. Fakat *Ahmes*, bu son sonucu “1 Setat 6” şeklinde yazar (Bkz. Aşağıdaki [No. 48](#) şekline). Bu, *Ahmes*'in sonucu [10 tabanı](#)na göre yazdığını gösterir. Çünkü bu sonuç normalde “10 Setat 6” şeklinde yazılması gerekirdi!

Khufu'dan Haber Var!

Fakat bu durum yeni bir şey değil, ta Eski Krallık Dönemi'nden beri mevcuttur (Bkz. “[Kraliyet Ekipleri İçin Ekmek ve Tahıllar: El-Jarf Vadisi'ndeki Büyük Muhasebe Papirüsü: Papirüs H](#)”). Firavun *Khufu*'nun Büyük Piramit'ine taşların nakledildiği El-Jarf Vadisi'ndeki tekne çukurunda keşfedilen H papirüsündeki sayılar tam kısmı 1, 2 ve 3 basamaklı olan doğal sayılar ve [ondalık kesirler](#) olarak yazılmışlardır. Oysa RMP [48](#), [50](#), [53](#), [54](#) ve [55](#)'teki sayılar 10 tabanında tam kısmı 1 ve 2 basamaklı olan doğal sayılardı, dolayısıyla *Eisenlohr*'dan sonraki tüm okumalarda bu durum bilinçli ya da bilinçsiz olarak gözden kaçırılmış ve bunun sonucunda [10 tabanı](#) Hint-Araplar tarafından keşfedildiği sanılmıştır (Bkz. “[Rakamların Evrensel Tarihi VII: İslam Dünyasında Hint Rakamları](#)”). Aynı şekilde, 0 rakamı da [Harezmi](#) değil eski Babilliler, muhtemelen Sümerliler, tarafından keşfedilmişti (Bkz. “[YBC 7289 No'lu Tablet](#)”, S. 19).

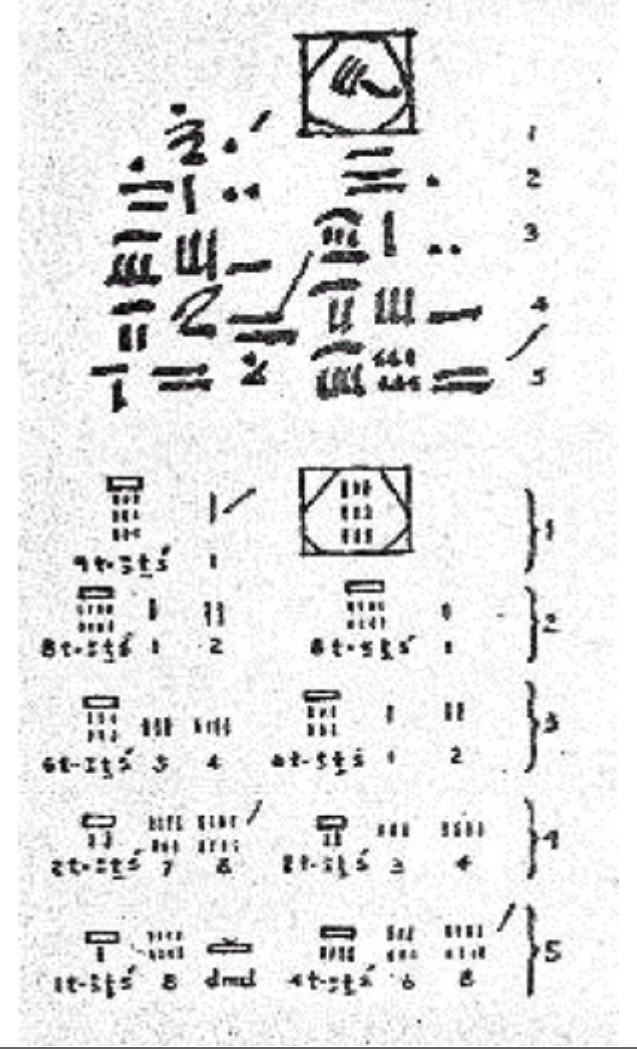
Eisenlohr'dan Problem 48'e Kritik Bir Bakış

Eisenlohr, [Problem 48](#) hakkındaki gözlemlerini şöyle aktarır: “[No. 48](#)'de, Mısırlılar tarafından uygulanan ve yuvarlak ölçekler için kullanılan ve aynı zamanda aşağıdaki geometrik bölümün dairesel alanlarının hesaplanmasının temeli olan çaptan dairesel alanın oluşturulması aşağıdaki hesaplama ile açıklanmaktadır. Şekilde kabaca çizilmiş, daha çok bir 7-gen gibi görünen bir daire ve dairenin alanını temsil etmek üzere etrafına çizilmiş bir kare görülmektedir. Dairenin içinde, yukarıda No. 41, 1'de bulduğumuz gibi, dairenin 9 (kübit veya çubuk) çapında olması gerektiğini gösteren 9 sayısı bulunmaktadır. Mısır görüşüne göre alanı dairenin alanına eşit olan kare için, çapın $\frac{8}{9}$ 'u karenin kenarı olarak alınır. Karede çapın $\frac{8}{9}$ 'u, yani $\left(\frac{8}{9} \cdot d\right)^2$ veya $\left(\frac{8}{9}\right)^2 \cdot d^2$. Bu $\frac{8}{9}$ 'un karesi, $\left(\frac{8}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}$ aşağıdaki (sağdaki şeklin altında) hesapta gösterilmiştir. Söz konusu sayıların onluklarının 1. 2. 3. vb. için normal rakamlarla yazıldığını, ancak birimlerin sayı işaretlerinin üzerine bir yay yerleştirilerek yazıldığını belirtmek gerekir. Bu, altta yatan uzunluk ya da alan ölçüsünün onluklara bölündüğünü gösterir ki bunu alanların hesaplanmasında kullanılan alan ölçüsünde de bulacağız. Onluklar gerçek birimler ve basit sayılar da bunların onda biri olarak kabul edilir; alt bölümlerin üzerlerine yerleştirilen yaylarla aynı şekilde tanımlanması kübitin alt bölümlerinde de bulunur ([No. 56](#), 3; 58). Bir sütunda 8 ile 8 çarpılarak 64 ve diğerinde 9 ile 9 çarpılarak 81 bulunur, ancak $\frac{64}{81}$, çapın 1 olduğu varsayıldığında dairenin alanını ifade eden kesirdir.”

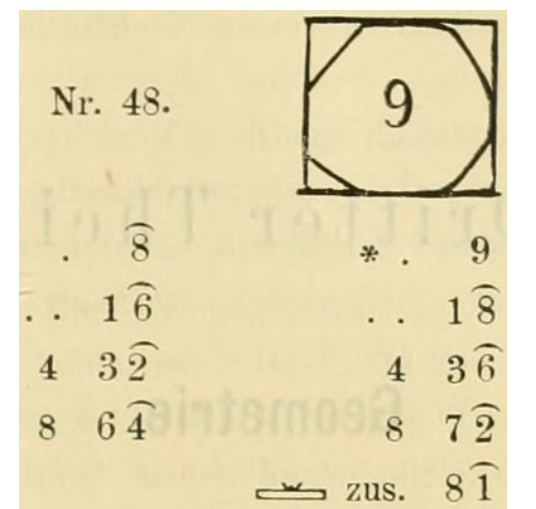
Şu halde Şekil 2.3-2.6'daki tüm okumaları değerlendirirsem problemin orijinal metninde şunların yazılı olduğu görülür:

RMP-Problem 48				
Şekil Adı	Çapı 9 Khet olan dairenin teğetler karesinin alanı		Kenarı 8 Khet olan karenin alanı	
Hesap	✓1	9 Setat	1	8 Setat
	2	18 Setat	2	16 Setat
	4	36 Setat	4	32 Setat
	✓8	72 Setat	✓8	64 Setat
Toplam		9 + 72 = 81 Setat		64 Setat

Tablo 2.1. [Problem 48](#) metnindeki okuma. Çeviri A. B. Chase tarafından yapılmıştır (Bkz. [S. 141](#)).



Şekil 2.6. [Problem 48](#) için çift (hiyeratik ve hiyeroglif) okuma.



Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Bu tablodaki hesaplar şu şekilde yapılmıştır: **Ahmes**, ilkin Şekil 2.3'te çapı $d = 9$ Khet olan daireye kareyle yaklaşırken (2.2)'ye göre $d - \frac{d}{9} = 9 - \frac{9}{9} = 9 - 1 = 8$ için 8^2 'sini elde eder. Ama 8^2 için 8'i kendisiyle doğrudan çarpmaz, şu şekilde hesaplar:

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1 \\ 16 \quad 2 \\ 32 \quad 4 \\ 64 \quad 8\checkmark \\ \hline 64 \quad \text{Toplam} \end{array}$$

Ahmes, ikinci olarak Şekil 2.3'te dairenin teğetler karesinin alanını yine 9^2 için 9'u kendisiyle doğrudan çarpmadan şu şekilde hesaplar:

$$\begin{array}{r} 9 \quad 1\checkmark \\ 18 \quad 2 \\ 36 \quad 4 \\ 72 \quad 8\checkmark \\ \hline 9 + 72 = 81 \quad \text{Toplam} \end{array}$$

Bu hesaplardaki katsayıların başlarındaki çizgiler ya da tik işaretleri sonuçların toplama alınmış olduklarını gösterir!

Şimdi de [Problem 48](#)'deki uzunluk ve alan ölçü birimlerine kısaca bir göz atalım!

2.2.1.2. Ölçü Birimleri. [Problem 48](#) ve RMP'deki diğer bazı problemlerde 1 Khet = 100 RC olduğu geçer ve 1 RC (RC: Egyptian Royal Cubit (Mısır Kraliyet Kübiti)) 7 EL'e ve 1 EL de 4 PARMAK'a bölünmüş olup yarım metrenin biraz üzerinde olan bir uzunluk ölçüsüdür. Bu uzunluk ölçüsü Eski Krallık'tan beri, özellikle piramitlerde, kullanılıyordu. Eski Krallık Dönemi'ndeki piramitlerde kullandığım kübit için $1 \text{ RC} \cong \frac{11}{21} M$ değerini kullanırım!

İkinci olarak problemde geçen alan ölçüsü birimi olan “**Setat (Setjat)**” için şu bilgi geçerlidir: $1 \text{ Khet} \times 1 \text{ Khet} = 1 \text{ Setat}$ 'tır. Fakat Büyük Piramit'in taban alanını Setat ile hesaplamaya çalışırsanız yaya kalırsınız. Çünkü Büyük Piramit, dolayısıyla Giza Piramitleri ve genelde de Eski Krallık'taki piramitlerin taban alanları Setat ile ölçülemeyecek derecede büyük ve karmaşıktırlar. Yani piramitler **Ahmes**'in hiç giremeyeceği türden ağır hesaplarla doludur. İşte bu nedenle **Ahmes**, “*Rhind matematik papirüsünün tıpkıbasımı*” sayfasında piramitlerin eğimiyle (seked) ilgili 5 tane örnek verirken, Eski Krallık Piramitleri gibi çok zorlu olmayan yani suya sabuna dokunmayan son derece basit örnekler olarak vermiştir (Bkz. [Sablon XV](#) ve [Problem 56-60](#)).

Çok ilginçtir, **Baer**'e göre ([1956, p.116](#)), “**Setat**” alan ölçüsünün Orta ve Yeni Krallık'tan çok, Eski Krallık'ta kullanılmış olduğunu önerir. Bu önerinin ne kadar doğru olduğu tartışma meselesi olup Büyük Piramit'in doğu tarafındaki tapınağı örnek olarak verebilirim. Çünkü tapınağın dış duvarlarının 100 RC uzunluklarında bir kare şeklinde olması yani alanının 1 Setat olması oldukça dikkat çekicidir (Bkz. “*L'ARCHITETTURA DELLE PIRAMIDI MENFITE, PARTE IV-TAVOLE/TAV. 9-FIG. 1: DESTI DEL TEMPIO*”). Ama şimdi bu tapınağın yerinde yeller esiyor. Yani günümüzde Büyük Piramit'i ziyaret edenler, buraya geldiklerinde tapınağın tabanından kalma sadece siyah bazalt taşları görüyorlar, o kadar!

2.2.1.3. Çizim Hakkında. Alman veteran matematik tarihçisi **Kurt Vogel**, 1958'de Şekil 2.3'teki fotoğrafa baktığında bir kare ve onun içinde çizilmiş bir şekil gördü. Bu şeklin bir daire olamayacağı açtı, çünkü **Ahmes**'in Şekil 2.1'deki daire çizimleri açtı: **Ahmes** daireyi ya tama yakın ([Problem 50](#)) ya da elips gibi ([Problem 41](#)) çiziyordu. Oysa Şekil 2.3'teki karenin içindeki şekil daireden çok, köşeli bir şekle, oktagon (8-gen) benziyordu. Ama **Ahmes**'in bu çizimi tam bir faciadır. Çünkü karenin içine bir oktagonun çizimi hiçbir zaman böyle yapılmaz. Bildiğiniz gibi geometride kare ile oktagonun çıkışan kenarları yalnızca 1 kez çizilir, ama **Ahmes** bunu bilmez gibi görünür. Yani Şekil 2.3'e bakınca kare ve oktagonun her ikisi (tüm kenarlarıyla) görülebilecek şekilde çizilmiş gibidir. Bu ise bizi, “*karenin içine bakıldığında oktagon tüm kenarlarıyla görülmelidir*” yanlış sonucuna götürür. Ya da **Ahmes** karenin içine oktagonu çizerken (daireye göre) iç teğet ve dış teğet olma durumlarını karıştırmış olabilir. Fakat her durumda Şekil 2.3'teki çizim geometrik olarak yanlıştır. Bunun doğru çizimini **Arşimet**'in [Önerme 1](#)'inde görebilirsiniz. Galiba **Ahmes**'in bu şekli neden böyle çizdiğini çözdüm: **Ahmes** önce içteki oktagonu çizmiş ve sonra bunun teğetler karesini çizmeye çalışmış ama becerememiş!

İşte **Vogel** bu garip oktagonun düzgün bir 8-gen olmadığını anlamakta gecikmez ve bunun köşelerinin karenin kenarlarını 3 eşit parçaya böldüğünü düşünerek düzgün olmayan 8-gen olduğuna hükmeder. Çünkü bu düzgün olmayan 8-genin alanı kolayca 63 Setat olarak bulunuyor ve oradan (2.2)'deki **Ahmes**'in kuralına ulaşmak kolay oluyordu (Bkz. “*Vorgriechische Mathematik, Vol. 1, Vorgeschichte and Agypten, Schroedel, Hannover, 1958*”). Fakat o, bu çözümü ta 1928'de ardışık kenarlarının uzunlukları a, b, c ve d olan genel ABCD dörtgeninin alanı için verilen

$$(2.7) \quad A(ABCD) \cong \frac{a+c}{2} \times \frac{b+d}{2}$$

yaklaşımından esinlenerek keşfeder! (ki o sırada matematikçiler bu formülün geçersiz olduğuna hükmetmişlerdi, ama bu formül gerçekte bir yaklaşımdan ibaret. Bkz. [S. 14](#)).

Avustralyalı matematikçi **R. J. Gillings** ise, 1970'te **Vogel**'in çözümünü inceledi ve **Ahmes**'in RMP'de çizdiği tüm daire şekillerini bir araya getirerek Şekil 2.1'deki çizimleri verdi. **Gillings**, daha ilk bakışta Şekil 2.1'deki kare içindeki şeklin ([Problem 48](#)) diğer iki şekilden ([Problem 41](#) ve [50](#)) farklı olduğunun farkına vardı ve [Problem 48](#) ile ilgili o güne kadar yapılmış tüm çalışmaları toplayarak mükemmel bir kokteyl yaptı. O, bu çalışmada **Vogel**'in çıkarımının doğru olduğunu yani Şekil 2.3'teki kare içindeki şeklin (düzgün olmayan) bir 8-genin çizilmiş olduğunu anladı ve **Vogel**'in çözümüyle birlikte diğer grafiksel metotlara da yer verdi. **Gillings**'in takıldığı noktalardan biri şudur: Şekil 2.3'teki oktagonun içine yazılmış “9” sayısı normalde hiyeratikte düşeyde yazılırken (ki bu ikinci bölümün hemen başında görülmektedir) yatayda yazılmış ve bunun sonucunda rakamın yazımı aslından uzaklaşarak fırçaya benzer bir hale gelmişti. Ancak hiyeratikte yani el yazısında böyle şeyleri doğal karşılamak gerekir. **Sitchin**'e göre (bkz. “*Gökyüzüne Merdiven*”, S. 310-311), Mısır'ın ilk ve esas yazısı olan hiyeroglif ile yazmak öyle herkesin harcı değildir; büyük beceri ve uzun bir eğitim ister. Hiyeratik ise hiyeroglife göre çok daha hızlı yazılabilen ve daha basit çizgisel yazı türü olduğundan, piramit ustaları ile işçileri tarafından, özellikle ticari alışverişlerde kullanılmaktaydı. İkinci tartışma konusu ise karenin içindeki oktagonun düzgün olup olmadığıyla ilgiliydi. Kafalar **Ahmes**'in Şekil 2.3'teki şekli **Arşimet**'in [Önerme 1](#)'indeki gibi çizmiş olmakla birlikte (2.2)'deki, dolayısıyla (2.1)'deki sonuca nasıl ulaştığına odaklanılmıştı. Ancak (2.1)'deki sonuca ulaşabilmek için dairenin dışına en az düzgün teğetler 32-genin çizilmesi gerektiğinden (ki bu tür hesaplar **Arşimet**'ten beri biliniyordu) bunun mümkün olamayacağı ileri sürdüler. Fakat **Ahmes**'in çizdiği 8-gen gerçekten düzgün bir 8-gendir! (Bkz. “*Problem 50'deki Sayısal Gözlemlerim ve Metot*”)



Resim 2.3. Neugebauer, Val Pampoluzzo'daki İtalyan cephesinde Avusturya ordusu üniformasıyla (S. 20): “3/8’in en güzel sancağı”, 3. top mevzii, 6 Ekim 1918 (Bkz. “[Günlük 1917-1919](#)”, S. 42, Otto Neugebauer belgeleri, Kutu 13). 18 yaşına girdiğinde [Avusturya-Macaristan İmparatorluğu](#) ordusuna katıldı ve [I. Dünya Savaşı](#)’nda dedelerimizle birlikte [aynı tarafta](#) savaştı (Bkz. “[Saraybosna 1914](#)”). Fakat Nazi Almanyası [12.03.1938](#)’de Avusturya’yı ilhak ettikten sonra [11.01.1940](#)’ta Amerikan vatandaşlığına geçti (Bkz. “[Otto Neugebauer’in Seceresi](#)”).

Neugebauer, [Problem 50](#)’nin altında [Problem 42](#)’deki silindirik tahıl ambarının hacminin [Problem 41](#) (R 41)’deki formüldeki gibi yapıldığını söyler ve onun altında da 2 farklı örnek ele alır.

Üçüncü olarak [16. sayfa](#)da [Problem 50](#)’den çıkarılan (1) no’lu dairenin alan formülünü (0) ve (2)’de farklı şekillerde tanımladıktan sonra (1)’deki formülü açarak 8-genin karenin kenarlarını $\frac{d}{3}$ oranında böldüğünü yandaki şekilde söyler. Bu, **Friberg**’in [S. 429](#)’da bahsettiği şekildir. Fakat bu sayfadaki $\frac{d}{3}$ oranı (ki bu o şekilde (Abb. 6) karenin sağ kenarının üst parçasında yazılıdır) açık değildir. Oysa **Neugebauer**’in, 19.03.1928 tarihinde kaydettiği günlüğünde 8-genin alanını

$$(2.8) \quad F_k \approx d^2 - 4 \cdot \frac{d}{3} \cdot \frac{d}{3} = d^2 - 2 \left(\frac{d}{3} \right)^2$$

şeklinde vermesinden 8-genin köşelerinin karenin kenarlarını $\frac{d}{3}$ oranında böldüğü açıkça anlaşılmaktaydı!

Neugebauer’in Problem 48’de Önceki Yorumculardan Farkı!

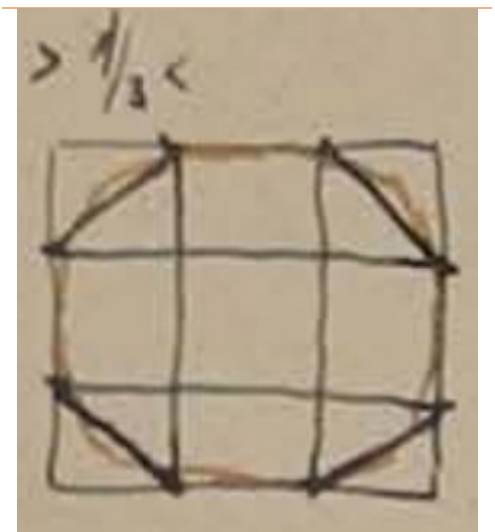
Neugebauer, **T. Eric Peet**’in “[The Rhind mathematical papyrus British Museum 10057 AND 10058](#)” edisyonunun incelemesini hazırlarken, şimdi olası bir tezin merkezi noktası olarak gördüğü bir kavrayışa ulaşmıştı. **Peet**’in ya da daha önceki hiçbir yorumcunun görmediği bir şeyi, bu papirüsün [48. Problemi](#)’nde yer alan tuhaf bir olgunun olası bir açıklaması olduğunu incelemesinde belirtmişti. Bu metin, kenarı 9 ht (khet) olan bir karenin içine çizilmiş bir daire ve ardından 2 hesap sunar: 8’in karesi ve 9’un karesi. İki şeklin alanının hesaplanması; dairenin alanının hesaplanması dairenin çapının $\frac{8}{9}$ kenarı olan bir kareye eşdeğerdir. Şimdi genel uygulama matematiksel papirüslerde soyut bir sayı sistemi (metrolojik birimler olmadan) kullanmaktır. Ancak burada, alan birimi olan “stjt (setjat)”ın benzersiz bir kullanımı vardır, sürekli olarak faktörlerden birine bağlıdır. Örneğin, aşağıdaki faktörler için hesaplama kare olarak okunur (Bkz. [Tablo 2.1](#) ve altındaki hesaplara). Önceki yorumcular Mısırlıların da bizim gibi çarpma işlemini bu tür bir mesele olarak kavramsallaştırdıklarını varsaymışlardı; yani bir alanın $uzunluk \times uzunluk = alan$ olarak hesaplanması, her bir faktörün potansiyel olarak uzunluk birimlerine sahip olması, sadece sonucun alan birimlerinde olması. Faktörlerden birinin setjat tarafından etiketlenmesini ciddiye alan **Neugebauer**, bunu başka türlü, $saf\ sayı \times alan = alan$ olarak gördü: “Yüzeylerin hesaplanmasıyla birlikte, bir işlemin orijinal öneminin açık bir

2.2.1.4. Yorumlar. (2.1)’deki Mısırlı yaklaşık değerin arkasındaki mantık bilinmemektedir. Şekil 2.1.5’te ([S. 42](#)) gösterilen geçici açıklama, **Neugebauer**’in “[Quellen und Studien B, Band 1, 1931](#)”, S. 429 (PDF’de 217)’ye dayanan bir fikrin **Gillings** tarafından detaylandırılmasıdır (Bkz. “[Firavunlar Zamanındaki Matematik](#)”, S. 144. Bu arada **Neugebauer**’in “[Quellen Und Studien Zur Geschichte Der Mathematik Abteilung B](#)” kitap serisine de ulaşabilirsiniz). Fakat **Friberg**’in düşündüğü bu durum daha da geriye gider. Çünkü **Neugebauer**, 1928 tarihli “[Vorlesung über Geschichte der vorgriechischen Mathematik \(Yunan öncesi matematik tarihi üzerine ders\)](#)” notlarındaki S. 14-17 (PDF’de S. 20-25)’teki “§ 5. Aeg. Geometric (Mısır Geometrisi)” parçasında 3 kez karenin içine 8-gen çizmiş ve bunun karenin kenarlarını hangi oranda parçaladığını son çizimde göstermiştir (Y.N. **Neugebauer**’in tüm ders ve araştırma notları için [şuraya](#) bakınız).

Buna göre **Neugebauer** ilkin 14. sayfada karenin içine bir 8-gen çizer ve ikisi arasında kalan dik üçgenleri tarar. Sonra merkezleri aynı ve [daireyi kareleme metodu](#)’ndaki gibi karenin dışına taşan bir daire çizer.

İkinci olarak [15. sayfa](#)da Şekil 2.3’teki çizimi yapar ama yukarıda anlattığım gibi **Ahmes** gibi değil modern olarak yapar. Sonra 8-genin içine “9” yazar ve şeklin sol tarafına [Problem 48](#)’in Tablo 2.1’deki çözümünü ve onun altına [Problem 50](#)’den çıkarılan kurala göre dairenin alan formülünü vererek çözümü yapar. **Neugebauer**, bu son çözümün sağ tarafına $F = \frac{d^2\pi}{4}$ ve $\pi \approx 3,16$ yazdıktan sonra altına şu açıklamayı yapmıştır (ki bu açıklama [S. 87-88](#)’de tekrar görülür): “*Babil’deki $\pi \approx 3$ ’ün aksine daha geniş...*”.

Burada şu noktaya dikkat edelim: **Neugebauer** bu açıklamada $\pi \approx 3$ değerini verirken (ki [S. 429](#)’daki şeklin etrafında bundan bahsetmez) yıl 1928 idi ve Şekil 1.2’deki metni içeren Susa tabletinin keşfedilmesine 8 yıl ve **Neugebauer**’in bu metne ulaşmasına 33 yıl vardır. Fakat **Neugebauer**’in 33 yıl beklemesine gerek yoktu, çünkü 1945’teki kitabında çevirilerini yayımladığı [YBC 5022](#) no’lu tabletin 58. satırından, [YBC 7243](#) no’lu tabletin 35. satırından ve [YBC 8600](#) no’lu tabletin önyüzündeki 4. ve kenarındaki 1. satırlarından $\pi \approx 3\frac{1}{8}$ değerini zaten görüyordu!



Şekil 2.7. Neugebauer’e göre 8-gen karenin kenarlarını $\frac{d}{3}$ oranında böler, [S. 16](#).

izlenimi ortaya çıkar. Kenarı 9 Kübit olan bir karenin yüzeyini belirlerken, $9 \times 9 = 9^2$ Kübit², ‘boyutlarla’ yapılan herhangi bir mekanik hesaplamadan çok daha doğru bir şekilde 9 kez alınacaktır” (Neugebauer 1925: 69).

Neugebauer için vahiy, burada Mısırlıların bizim yaptığımız gibi kavramsallaştırmadığına, düşünce tarzlarında matematiksel düşüncenin evrimini belirlemede muazzam öneme sahip olabilecek eklemeli bir temel olduğuna dair açık bir kanıt olduğuydu. Böyle bir kavrayış, **Neugebauer**'in 1924-1925 döneminde yön değiştirmesindeki belirleyici faktörlerden biriydi. Bu noktadan sonra matematiksel araştırmalardan uzaklaştı ve büyük bir havuzda küçük bir balık olmayacaktı; bir tarafta Göttingen matematikçilerinden ve diğer tarafta **Sethe**'den aldığı eğitimle, matematik tarihinin küçük ama aynı derecede önemli alanına benzersiz bir yetenek kombinasyonu getirecek ve orada, gördüğü kadarıyla, bu alanı uzun süredir rahatsız eden özensiz düşünceyi ve fantastik yeniden yapılandırmaları bozguna uğratacaktı (Bkz. "[Bir Matematikçinin Yolculukları](#)", Mısır Matematiği ve Astronomisinde Neugebauer, Mısır Kesirleri-Tez, S. 140-141).

Neugebauer'in Gözleri!

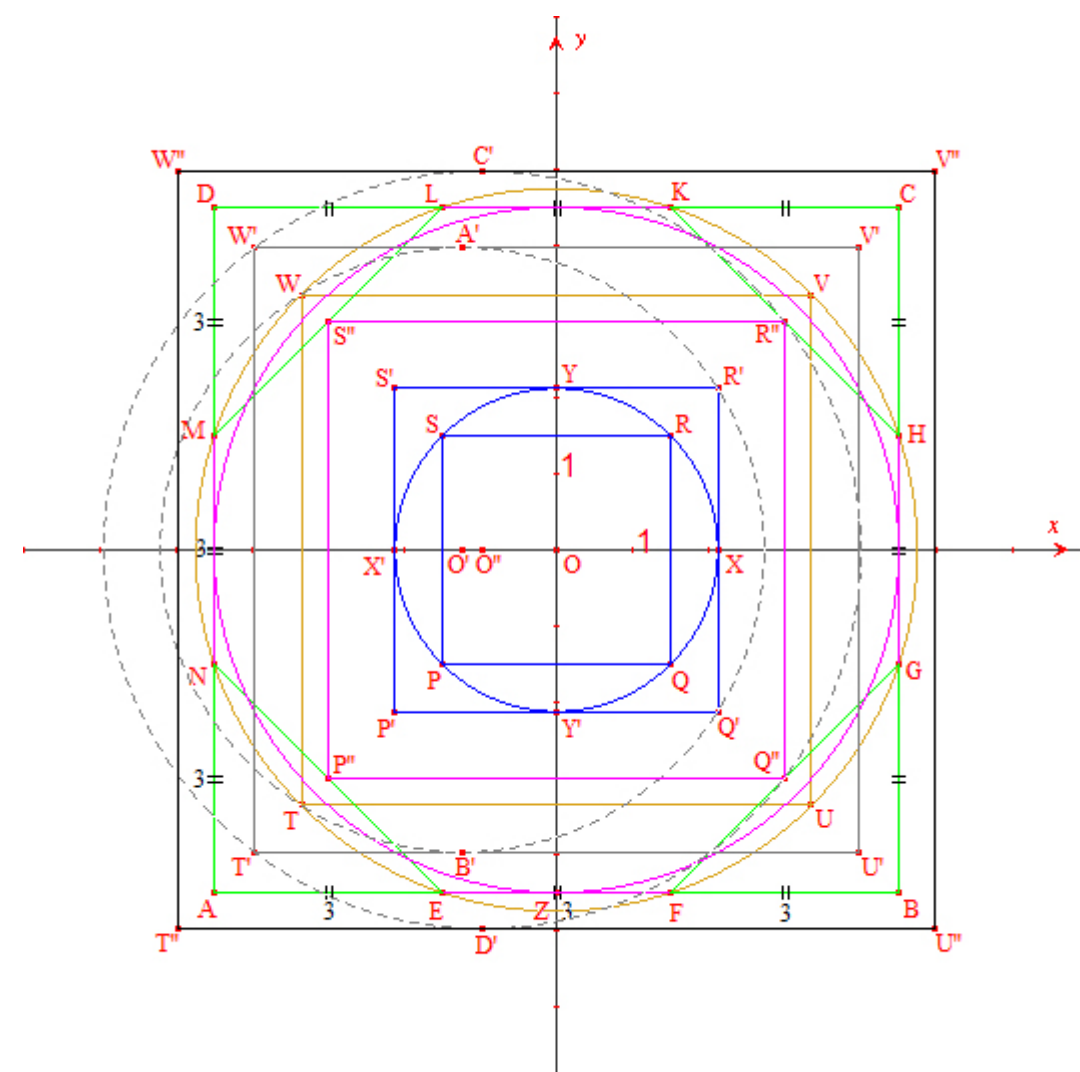
Burada “**Neugebauer**’e vahiy gelmesinden sonra 1924-1925’ten itibaren matematiksel araştırmalardan uzaklaşması ve büyük bir havuzda küçük bir balık olma-
yacaktı!” ifadesinin tam tercümesi şudur: **Neugebauer**, Eski Mısır Mısır Matematiği’nin günümüz modern matematiği gibi olmadığını kavrayıp eklemeli bir
temel üzerine oturduğunu keşfettiği an, Modern Matematiği bir kenara fırlattı (bkz. [S. 130](#), şekil 2a) ve tüm gücünü Antik Matematiğe verdi. Böylece bu yeni
alanda yükselebilir, dolayısıyla Almanya’da toplanmış büyük beyinlerin arasında ezilmeyebilirdi. Bir örnek vermek gerekirse, **Neugebauer**’in [Bölüm 5](#)’teki $\sqrt{2}$ ’ye
alttan ve üsten yakınsayan harmonik ve aritmetik ortalamalarla iteratif yaklaşıklıkları verdikten sonra bu yaklaşıklıkların tam bir analizini yapması gerekiyordu.
Bunun için ilkin [Bölüm 2](#)’de Babil algoritmasından hareketle Babil sürekli kesirlerini çıkarttım (ki bu sürekli kesirler o sırada sadece birer açılım olarak bilini-
yorlardı).

Notasyonlar Hakkında. *Neugebauer*'in [Bölüm 5](#)'teki $\sqrt{2}$ 'ye üstten yakınsayan aritmetik ortalama iterasyonu $x_n = \left(a, \frac{2a}{b}, 2a\right)_{(n)}$ olmak üzere,

$$(2.9) \quad a + \sqrt{a^2 + b} \lesssim \left(2a, \frac{2a}{b}\right)_{(n+1)} = a + \left(a; \frac{2a}{b}, 2a\right)_{(n)}$$

yaklaşımındaki $\left(2a, \frac{2a}{b}\right)_{(n+1)}$ notasyonu Mathematica'daki `FromContinuedFraction` $\left[\left\{\left\{2a, \frac{2a}{b}\right\}\right\}\right]$ yazımına karşılık gelir. Mathematica tarafından üretilen bu notasyon, 2 uzunluğunda ve sıralı olarak $2a$ ile $\frac{2a}{b}$ olarak devirli bir sürekli kesirdir ve sadece programı işletmek için yazılmıştır (Bkz. "[ContinuedFraction](#)" ve "[FromContinuedFraction](#)"). Oysa bu notasyonu x_n için kullanmam söz konusu olduğundan yukarıdaki geçişleri yaptım ve her 2 yazım şeklini kullanarak indirgeme formülü, analitik formül ve yakınsaklık ile yakınsaklık mertebesine ilişkin çalışmaları kolayca çıkartabildim (Bkz. "[Bölüm 2](#)"). Çünkü öteki türlü yani bu notasyonları kullanmadan, sadece açılımlarla bu tür işlemleri yaparken her şey dağılıyordu!

Neugebauer'i takip eden [Kurt Vogel](#) (1958), bir dairenin alanı için modern formülümüz olan $A_2 = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$ ile Mısır formülünün eşdeğeri olan ve π için $\frac{256}{81}$ Mısır değerini yani yaklaşık 3.1605 değerini veren $A_3 = \left(R - \frac{R}{9}\right)^2$ formülünü karşılaştırdığında aynı sonuca varır ve şöyle der: “*Bu olağanüstü yaklaşıklığın nasıl bulunduğunu henüz bilmiyoruz, ancak RMP 48’in diyagramını inceleyerek bir öneri sunabiliriz*”. Daha sonra Şekil 13.5’teki diyagrama (ki bu Şekil 2.7’ye karşılık gelir) atıfta bulunarak, “... alanı, bir karenin içine yazılmış bir dairenin alanına yaklaşan bir şekli temsil ediyor gibi görünüyor” demektedir (Bkz. [“Firavunlar Zamanındaki Matematik](#)”, S. 142-143).



Şekil 2.8. *Vogel*'in çözümüne tam bir bakış, 2017.

Gillings'in **Vogel**'in bu çözümü Şekil 2.7'de görüldüğü üzere (1928 ve 1931) **Neugebauer**'den aldığından ve **Friberg**'in Şekil 2.7'nin 1931'de verildiğini ama bunun (2.8)'e göre verildiğinden ve bu bilgilerin **Neugebauer** tarafından 19 Mart 1928'de günlüğünde verdiğinden haberleri yoktur. Çünkü **Vogel**'in Şekil 2.7'de yaptığı şey, [Problem 48](#)'de çapı $d = 9$ *Khet* dairede 8-genin köşelerinin karenin kenarlarını $\frac{d}{3} = \frac{9}{3} = 3$ *Khet* olarak, yani 8-genin köşelerinin karenin kenarlarını 3 eşit parçaya böldüğünü göstermekten ibaretti!

Buna göre **Neugebauer**, 1928 tarihli “[Vorlesung über Geschichte der vorgriechischen Mathematik \(Yunan öncesi matematik tarihi üzerine ders\)](#)” notlarındaki S. 16 (PDF’de S. 24)’te M 17 kodlu problemde Şekil 2.7’de (2.8)’e ya da Şekil 2.8’e göre EFGHKLMN 8-genî ABCD karesinin kenarlarını 3 eşit parçaya böler, dolayısıyla bunların arasında kalan AEN, BGF, CKH ve DML eş dik üçgenleri olduğundan

$$\begin{aligned}
 & A(ABCD) - 4A(AEN) \\
 (2.10) \quad & = (9 \text{ Khet})^2 - 4 \times \frac{3 \text{ Khet} \times 3 \text{ Khet}}{2} \\
 & = 81 \text{ Setat} - 18 \text{ Setat} = 63 \text{ Setat} \\
 & \leq 64 \text{ Setat} = 8^2 \text{ Setat}
 \end{aligned}$$

sonucu Tablo 2.1'in ilk bölümünde gösterilen karenin yani dairenin alanını verir!

Peki **Ahmes** ne biliyordu? **Ahmes**'in bildiği şey, **Neugebauer (1928)**, **Vogel (1958)** ve **Gillings (1972)**'in bildiğinden fazla değildi. Çünkü Şekil 2.3'teki kare ve içindeki 8-gen üzerinde AUTOCAD ile yaptığım ölçümlere göre şu sonuçlara ulaştım:



Şekil 2.9. AUTOCAD'te **Ahmes**'in çizim ve hesapları, 19.09.2017, 23:17.

İşte bu şekilde **M. Guillemot** tarafından 1992'de verilen yeni sunuma göre,

$$(2.11) \quad a = f = h = m = 2 \text{ Khet}, b = e = g = n = 4 \text{ Khet}, c = d = k = l = 3 \text{ Khet}$$

dir ve **Young**, 2009'da **Ahmes**'in bu düzensiz 8-genle böyle bir şeye niyet etmiş olduğunu söyleyerek bu yeni çıkarıma katıldığını belirtir (Bkz. "[Problem No. 48 of The Rhind Mathematical Papyrus](#)"). Yukarıda şekildeki AUTOCAD ile yaptığım ölçümler bu çıkarımı tamamen onaylamasa da bu sonuçlara niyet edilmiş olduğunu göstermekle birlikte **Neugebauer**'in, dolayısıyla **Vogel**'in çözümü **Guillemot**'un çözümüne göre çok daha gerçekçi gözükür. Çünkü (2.2)'deki kural daha önceden MMP ve KP'nde verilmişti ve bu papirüsler öyle **Ahmes**'in yazdığı gibi ikinci kez elden geçirilmiş değildiler; **Ahmes**'in elinde tuttuğu papirüs gibi ta **Nymâtre**'nin döneminden kalma ya da ondan daha eskiydiler!

Geometrik Dönüşümler: Dik üçgenleri, sekizgeni ve daireyi karelemek!

Şimdi Şekil 2.8'de **Neugebauer** ya da **Vogel**'in ABCD karesinden attığı AEN, BGF, CKH ve DML eş dik üçgenlerinin tamamını P'Q'R'S' karesinde toplayabiliriz. Bunun için ilkin bir kenarının uzunluğu 3 Khet olan PQRS karesini göz önüne almamız gerekir. Bu çok kolay, çünkü bu karenin köşegenleri $|PR| = 3\sqrt{2} \text{ Khet} = |QS|$ olduğundan PQRS karesinin çevrel çemberinin teğetler P'Q'R'S' karesi istediğimiz kareyi verir ve böylece AEN, BGF, CKH ve DML eş dik üçgenlerinin tamamını bu karenin içinde toplamış oluruz!

Şu halde (2.10)'daki hesabı ABCD karesinin alanından P'Q'R'S' karesinin alanını çıkararak yani

$$(2.12) \quad A(T'U'V'W') = A(ABCD) - 4A(AEN) = A(ABCD) - A(P'Q'R'S') = 9^2 - (3\sqrt{2})^2 = 81 - 18 = 63 \lesssim 8^2 = 64 \text{ Setat}$$

şeklinde daha kolay yapmış oluruz.

İşte bu sonuçla birlikte şuna dikkat ediniz lütfen:

$$(2.13) \quad A(T''U''V''W'') = A(ABCD) + 4A(AEN) = A(ABCD) + A(P'Q'R'S') = 9^2 + (3\sqrt{2})^2 = 81 + 18 = 99 \lesssim 10^2 = 100 \text{ Setat}.$$

Not 2.1. Burada şanslı olduğumuz bir nokta var: (2.12) ve (2.13)'te 2 kare alanının farkı olarak elde edilen sonuçlar Şekil 2.8'de geometrik olarak elde edilen bir kenar uzunluğu $3\sqrt{7}$ Khet olan T'U'V'W' ve bir kenar uzunluğu $3\sqrt{11}$ Khet olan T''U''V''W'' karelerinin alanları olarak da elde edilebilirler!

Şimdi (2.12) ve (2.13)'ü birlikte düşündüğünüzde aklınıza Eski Mısır Matematiği'nden ilk olarak ne geliyor? (6,8,10) dik üçgeni geliyor olmasın sakın! Kesinlikle öyle. Çünkü bu dik üçgenin kenarları üzerindeki karelerin alanları arasında şu eşitlik mevcuttur:

$$(2.14) \quad 6^2 + 8^2 = 10^2.$$

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

İnanılır gibi değil, *Neugebauer*, *Vogel* ve *Gillings* bunu nasıl göremedi? Çünkü Alman matematik tarihçisi *Moritz Cantor*'a göre, Eski Mısırlılar yapı işlerinde (3,4,5) ve katları olan dik üçgenleri iplerle oluşturarak kullanıyorlardı. İşin ilginç yanı, bu dik üçgenin 15 katı eski Babil'de M.Ö. 1800'lere tarihlenen [Plimpton 322](#) tabletinin 11. satırında da geçer! Eski Mısırlılar ve Babilliler mimari yapıtlarda bu bilgiyi kullanırlardı. Bir ipe 12 düğüm atılır ve uçlar birleştirilip bir dik üçgen oluşturulurdu. Kenarları 3, 4 ve 5 düğüm olacak şekilde ayarlanınca bir dik üçgen elde edilirdi. İnşaatçılar binlerce yıldır bunu (3, 4, 5) kuralı olarak bilip kullandılar. Kitaplarda “**Pisagor Teoremi**” olarak geçen bu kuralı eski Mısırlılar ve Babilliler *Pisagor*'dan çok önce biliyorlardı ve eski yapıtların çoğunda adına “Pisagor Üçlüleri” denilen kenarları tam ya da rasyonel olan dik üçgenleri göremememizin nedeni, bu üçlülerin elverişsiz olmasından kaynaklanmaktaydı.

Şimdi biz bu mimarlık işlerini bir kenara bırakıp (2.14)'teki 6^2 Setat'ı nasıl kareleyebiliriz, ona bir bakalım.

Çok ilginçtir, bu kareyi P'Q'R'S' karesinde olduğu gibi geometrik olarak Şekil 2.8'de ararken karşıma EFGHKLMN 8-geninin çevrel çemberindeki TUVW karesi olarak çıktı. Çünkü bu çevrel çemberin çapı

$$(2.15) \quad r^2 = |OZ|^2 + |EZ|^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{90}{4} \Rightarrow R^2 = (2r)^2 = 90 \Rightarrow R = 3\sqrt{10} \text{ Khet}$$

ve TUVW karesinin bir kenar uzunluğu $\frac{R}{\sqrt{2}}$ olduğundan

$$(2.16) \quad \frac{R}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{5} \text{ Khet}$$

elde edilmektedir!

Buna göre normalde 6^2 Setat için ABCD karesinin alanından 5 tane PQRS karesinin alanının çıkarılmasıyla elde edilir (ki bu karelerden biri merkezdeki PQRS iken diğerleri PEFQ, QGHR, RKLS ve SMNP eş kareleridir) ve bu 5 karenin alanı da bir kenar uzunluğu (2.16)'da gösterilen TUVW karesini alanına eşit olduğundan

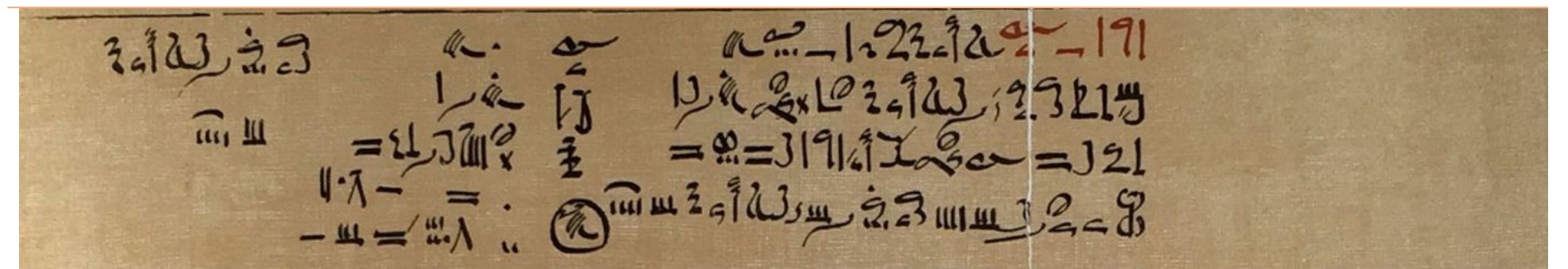
$$(2.17) \quad A(ABCD) - 5A(PQRS) = A(ABCD) - A(TUVW) = 9^2 - (3\sqrt{5})^2 = 81 - 45 = 6^2 = 36 \text{ Setat}$$

sonucu elde edilir. Bu ise *Ahmes*'in verdiği formülün ispatını bitirir!

Şimdi ikinci etaba geçerek bir aperiatif (atıştırma) olarak sunduğum bu ispatı tamamen sonlandırabiliriz. İlk Problem 50'deki sayısal gözlemlerime bir bakalım.

2.3. Problem 50'deki Sayısal Gözlemlerim ve Metot. İlk Saray kâtibi *Ahmes*'in [Problem 50](#)'de verdiği kuralı geometrik olarak incelerken bir giriş yaptım ve sonra asıl gözlemlerime başladım. Bunun için *Smyth* ve *Petrie* Büyük Piramit'teki yapıları nasıl ölçtülerse ben de Şekil 2.11'deki doğru parçaların uzunluklarını [Geogebra Klasik 6](#) ile öyle ölçmeye başladım ve bu ölçümler sonunda problemdeki karenin alanının düzgün teğetler 8-genin alanıyla mükemmel bir şekilde uyum içinde olduğunu gördüm ve (2.45) ile bunu kesinleştirdim. Oysa önceki araştırmacıların hiçbirisi Şekil 2.3'teki karenin içindeki şeklin düzgün 8-gen olduğunu söyleyememişti. Örneğin Rhind Matematik Papirüsü'nü 1877'de “*Eski Mısırlıların Matematiksel El Kitabı (Britanya Müzesi Rhind Papirüsü)*” kitabında ilk kez yayımlayan *Eisenlohr*, [Problem 48](#) hakkındaki gözlemlerini şöyle aktarıyordu: “Şekilde kabaca çizilmiş, daha çok bir 7-gen gibi görünen bir daire ve dairenin alanını temsil etmek üzere etrafına çizilmiş bir kare görülmektedir. Dairenin içinde, yukarıda [No. 41, 1](#)'de bulduğumuz gibi, dairenin 9 (kübit veya çubuk) çapında olması gerektiğini gösteren 9 sayısı bulunmaktadır”. Sonraki *Neugebauer* (1928), *Vogel* (1958) ve *Gillings* (1972) adlı araştırmacılar Şekil 2.3'teki karenin içindeki şeklin 8-gen olduğunu görmelerine rağmen bu şeklin düzgün bir teğetler 8-gen olduğunu söyleyemediler!

Problem 50. Kâtip *Ahmes*, problemde 9 khet çapında yuvarlak bir tarlanın alanının nasıl hesaplandığı şu şekilde anlatır:



Şekil 2.10. [Problem 50](#), *Meretseger Books*, “*RMP'nin tıpkıbasımı, Plate XIV*”.

Çözüm. Problemin papirüsteki çözümünü modern matematikteki çözümümüyle birlikte ele alırsak şu hesapların yapılmış olduğunu görürüz:

I. Papirüste $9 \times \bar{9} = 1$ iken modern matematikte $d = 9$ Khet için $\frac{d}{9} = 9 \text{ Khet} \times \frac{1}{9} = 1 \text{ Khet}$,

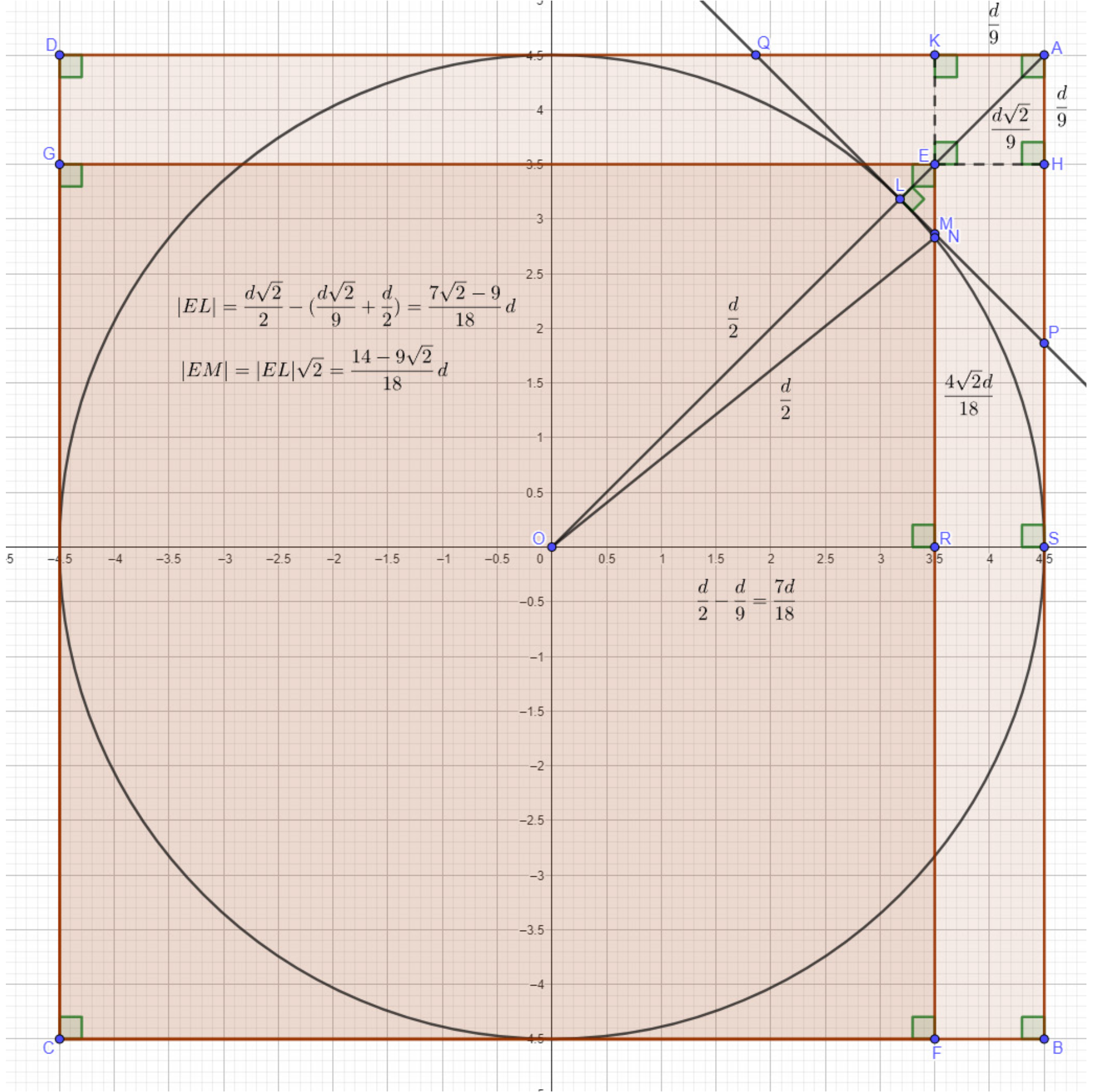
II. Papirüste $9 - 1 = 8$ iken modern matematikte $d - \frac{d}{9} = 9 \text{ Khet} - 1 \text{ Khet} = 8 \text{ Khet}$,

III. Papirüste: 8×8 işlemi aşağıdaki gibi yapılırken modern matematikte doğrudan $8.8 = 8^2 = 64$ sonucunu elde ederiz ki dairesel tarlanın alanı 64 Setat olur!

$$\begin{array}{r} 8 \quad 1 \\ 16 \quad 2 \\ 32 \quad 4 \\ 64 \quad 8 \checkmark \\ \hline 64 \quad \text{Toplam} \end{array}$$

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Şu halde bu çözümü genelleştirirsek **Ahmes**'in şu kuralı verdiğini görürüz: “Dairenin d çapından $\frac{d}{9}$ 'u çıkart ve kalanın üzerine bir kare çiz. Bu, sana dairenin alanı verecektir”. **Ahmes**'in verdiği bu kuralın tam tercümesi şöyledir: Aşağıdaki şekle göre merkezi O ve çapı d olan dairenin ABCD teğetler karesinde d kenarından $\frac{d}{9}$ 'u çıkarır ve kalan kareyi C köşesinde sabitlersek dairenin alanı EFCG karesinin alanına eşit olur!



Şekil 2.11. **Ahmes**'in Problem 50'ye bakışı, 25.12.2023, 10:25 (Bkz. S. 42, Şekil 2.1.5'teki 2. şekil). Eğer daireye **Arşimet**'in **Önerme 1**'indeki **Şekil 1.3**'teki daireye A değme noktasında FG teğetini çizdiği gibi L değme noktasında (ki buradaki L değme noktası orada D noktasıdır) PQ teğetini çizerek bu teğetin ABCD karesinin $[AB]$ ve $[AD]$ kenarlarını kestiği noktalar arasında kalan $[PQ]$ doğru parçası düzgün teğetler 8-geninin bir kenarı olurken M ve N noktaları hemen hemen çakışır!

Kâtip **Ahmes** büyük bir ihtimalle firavun **Nymâtre** döneminden kalma papirüste bu şekli gördü ama yeni papirüse kopyalamadı. Çünkü şekildeki M ve N noktalarını çakışık olarak kabul edersek,

$$0 \lesssim |MN| = |RK| - (|RN| + |ME| + |EK|) = \frac{d}{2} - \left(\frac{4\sqrt{2}}{18}d + \frac{14-9\sqrt{2}}{18}d + \frac{d}{9} \right) = \frac{5\sqrt{2}-7}{18}d$$

ya da daha kolay bir şekilde

$$\frac{d\sqrt{2}}{2} = |OA| = |OL| + |LA| = \frac{d}{2} + \frac{a}{2} = \frac{d+a}{2} \Rightarrow a = (\sqrt{2}-1)d$$

eşitliklerine göre

$$(2.18) \quad a = (\sqrt{2}-1)d$$

bağıntısı geçerli olduğundan

$$|KM| = |KQ| = |AQ| - |AK| = \frac{a}{\sqrt{2}} - \frac{d}{9} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} - 1)d}{2} - \frac{d}{9} = \frac{16 - 9\sqrt{2}}{18}d$$

için

$$0 \leq |MN| = |RK| - (|RN| + |MK|) = \frac{d}{2} - \left(\frac{4\sqrt{2}}{18}d + \frac{16 - 9\sqrt{2}}{18}d \right) = \frac{5\sqrt{2} - 7}{18}d$$

yaklaşımından şu sonuç geçerli olur:

$$(2.19) \quad \sqrt{2} \gtrsim \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} = 1.4.$$

Asıl Sayısal Gözlemlerim

Bu ilk gözlemimdi ve problemde yol ve yöntem bilinmediğinden **Smyth**'ın Büyük Piramit'teki 28 Şubat-27 Nisan 1865'teki "[Sayısal Gözlemler](#)"indeki gibi asıl gözlemlerime başladım. Çünkü bu sayede problemde kullanılan metodu açığa çıkarabilirdim!

Petrie, Smyth'ı Adım Adım Takip Eder!

Bu arada **Petrie**'den bahsetmek gerekir. 13 yaşındayken tesadüfen satın aldığı **Piazzzi Smyth**'ın "[Our Inheritance in the Great Pyramid \(Büyük Piramit'teki Mirasımız\)](#)" adlı kitabı Mısır'a olan ilgisini uyandırdı; gençliğinde **Piazzzi Smyth**'ı tanıyan babasıyla yaptığı görüşmeler, ortak bir araştırma projesinin oluşturulmasına yol açtı ve bu ilk kitaptan sonra **Smyth**'ın her adımını takip etmeye, dolayısıyla çıkardığı her kitabını satın alarak okumaya başladı (Bkz. "[William Matthew Flinders Petrie \(1853-1942\)](#)"). Bana göre "[Life And Work At The Great Pyramid Vol.2](#)", **Smyth**'ın gerçekten de elini taşın altına koyarak en iyi performansını gösterdiği kitaptır. Bu nedenle Büyük Piramit'te çalışırken **Petrie**'nin "[The Pyramids and Temples of Gizeh](#)" kitabındaki ölçülerine bakarken mutlaka **Smyth**'ın "[Sayısal Gözlemler](#)"deki ölçülerine de bakarım. Güzel bir örnek vermek gerekirse, **Petrie** Büyük Galerî'yi kuzey kapısından Büyük Basamak'a kadar zeminde [1815.5 BI](#) olarak ölçerken, **Smyth**, rampa üzerinde, kuzey duvarından Büyük Basamak'ın önündeki batı rampasının sonuna kadar [1815.6 BI](#) olarak ölçtü. **Noel F. Wheeler**, Büyük Galerî'deki bu uzaklığı 1935 Haziran'ında 1815 BI'e karşılık 88 RC aldı (Bkz. "[Pyramids and their Purpose II](#)", S. 184, GRAND GALLERY, Floor length to Step (1815)). Fakat bu uzaklık gerçekte $88\frac{1}{28} RC = 88 \text{ Kübit} + 1 \text{ Parmak}$ idi! (Bkz. "[Büyük Piramit'in Doğu Kesiti Görünüşündeki Planı](#)")

Öncelikle aşağıdaki gözlem sonuçlarından gördüğünüz üzere $\sqrt{2}$ için şu sınırlar mevcuttur:

$$(2.20) \quad 1.414\textcolor{red}{141414} \dots = 1\frac{41}{99} \lesssim \sqrt{2} \lesssim 1\frac{29}{70} = 1.4142\textcolor{red}{85714} \dots \left(\lesssim 1 + \frac{1}{8} \sqrt{\left(\frac{16}{9}\right)^4 + 1} = 1.4143\textcolor{red}{65501} \dots \right)$$

Bu sınırlar birbirlerinden elde edilmektedirler. Örneğin üst sınır alt sınırdan şu şekilde elde edilir:

$$\frac{140}{99} = 1\frac{41}{99} \lesssim \sqrt{2} = \frac{2}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2} \lesssim \frac{99}{70} = 1\frac{29}{70}.$$

Fakat bu sınırları şekilde boşuna aramayın. Çünkü onları doğrudan görmemiz mümkün değildir; onlar şekildeki doğru parçalarının uzunluklarının birbirleriyle etkileşimi sonucunda ortaya çıkarlar!

Not 2.2. Büyük Piramit'te çalışırken $\sqrt{2}$ 'ye yakın bir sürü değer gördüm. Hemen aklıma gelen ilk örnek şudur: Piramit yüksekliğinde Kral Odası'nın seviyesi bölme noktası olmak üzere, Kral Odası'nın üzerindeki parçanın yüksekliğinin oda yüksekliğine (zemin seviyesi) oranı,

$$(2.21) \quad 1 + \sqrt{2} \lesssim \frac{280 - 82}{82} = 2\frac{17}{41} = 2.414\textcolor{red}{6341463414634146} \dots$$

dir. Fakat piramit yüksekliği tam olarak bilinmediği için bu değer geçicidir ve piramitin gerçek yüksekliği ortaya çıktığında (ki araştırmalarımız halen devam etmektedir) bu değer 4 ondalıkla doğru olmasını bekliyoruz!

Ancak piramit araştırmacıları $\sqrt{2}$ için şu değerleri alırlar:

$$(2.22) \quad 1.414\textcolor{red}{1414141414141414} \dots = 1\frac{41}{99} = \frac{280}{280 - 82} \lesssim \sqrt{2} \lesssim \frac{280 - 82}{140} = 1\frac{29}{70} = 1.4142\textcolor{red}{857142857142857} \dots$$

Bir diğer örnek Kral Odası'nın şaftlarında keşfettiğim şu değerdir (Bkz. "[Kral Odası'nın Şaftlarının Geometrisi](#)", S. 6, (22)):

$$(2.23) \quad \sqrt{2} \lesssim 1\frac{11450}{27531} \left(\lesssim 1\frac{5}{12} \right) = 1.41\textcolor{red}{58948094874868330} \dots$$

İşte bu değerlere göre [Problem 50](#)'nin çözümü firavun **Nymâtre**'nin döneminden önce yapılmış, dolayısıyla "Altın Çağ" olarak anılan **Nymâtre**'nin döneminde tıpkı kâtip **Ahmes**'in yaşadığı firavun **Awserre** dönemindeki gibi bu ve diğer problemlerin toplanmış olduğu sonucu çıkar. Firavun **Awserre**'nin kâtibi **Ahmes** ise **Nymâtre**'nin döneminden kalma eski papirüste [Problem 48](#) ve [50](#)'de hayal bile edemeyeceğimiz son kalıntıları gördü ve onları yeni papirüse aktarmaya çalıştı. Bu kalıntılardan birinin **Arşimet**'in sayesinde Şekil 2.11 olduğunu görüyoruz ve bu arkeo-matematik kanıtı, ki bu "[perspektif kısaltımı \(foreshortening\)](#)"na benzer, şimdiye kadar hiçbir araştırmacının dikkat etmemiş olması beni gerçekten çok şaşırttı. Fakat burada aklınıza yanlış bir şey gelmesin, çünkü Şekil 2.11 ve ondan elde ettiğim sonuçları doğrudan [Önerme 1](#)'den elde etmedim; onları anlamlandırmaya çalıştığım zaman karşıma **Arşimet**'in [Önerme 1](#)'i

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

çıktı ve çalışmamı oraya yönlendirdim. Bu durumda *Arşimet*'in Şekil 2.11'deki hesapları [Şekil 1.3](#)'te geliştirdiği sonucu çıkar ki özellikle Batılı araştırmacıların Şekil 2.11'e şimdiye kadar neden dikkat etmediklerini açıklar. Çünkü onlara göre Eski Yunan Matematiği öncesi her şey deneysekti. Araştırmacı **Cengiz Özakıncı**, ari ırk (aryan) ve oradan hortlayan faşizm tezini şöyle özetler: [Akli Yunanlılar bulmuş!](#)

Şimdi *Smyth*'in Büyük Piramit'te yaptığı gibi asıl sayısal gözlemlerime geçerseniz şu sonuçlar çıkar (Bkz. [“Life And Work At The Great Pyramid Vol.2”](#)): İlk AHEK karesinin daireye en yakın olan K köşesinin daireye uzaklığı

$$(2.24) \quad |EL| = \frac{d}{20}$$

için (ki bu şekilde $|EL| = 0.4$ **49747468305833** iken $d = 9$ *Khet* için $\frac{d}{20} = \frac{9}{20} = 0.45$ 'tir)

$$|EM| = |EL|\sqrt{2} = \frac{d}{20}\sqrt{2} = \frac{d}{10\sqrt{2}} \gtrapprox \frac{7d}{99} \quad (2.25)$$

(ki şekilde $|EM| = 0.636$ **038969321074** iken burada $\frac{d}{10\sqrt{2}} = \frac{9}{10\sqrt{2}} = 0.636$ **396103067892 ...**'dir) ve

$$(2.26) \quad |EK| = |AH| = \frac{11d}{70\sqrt{2}} \gtrapprox \frac{d}{9}$$

(ki şekilde $|EK| = \frac{d}{9} = 1$ iken $\frac{11d}{70\sqrt{2}} = \frac{99}{70\sqrt{2}} = 1.0000$ **51019106688 ...**'dir) olduklarından

$$|KQ| = |MK| = |ME| + |EK| = \frac{d}{10\sqrt{2}} + \frac{11d}{70\sqrt{2}} = \frac{9d}{35\sqrt{2}} \gtrapprox \frac{7d}{99} + \frac{d}{9} = \frac{2d}{11} \quad (2.27)$$

elde edilir.

Bu durumda

$$|AP| = |AQ| = |AK| + |KQ| = \frac{11d}{70\sqrt{2}} + \frac{9d}{35\sqrt{2}} = \frac{29d}{70\sqrt{2}} \gtrapprox \frac{d}{9} + \frac{2d}{11} = \frac{29d}{99} \quad (2.28)$$

olur (ki şekilde $|AP| = 2.636$ **038969321074** iken $\frac{29d}{70\sqrt{2}} = \frac{261}{70\sqrt{2}} = 2.636$ **498141281270 ...**'dir) ve buradan düzgün teğetler 8-genin bir kenar uzunluğu için

$$(2.29) \quad \frac{41d}{99} \lesssim \frac{29d}{99}\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)d = |PQ| = |AQ|\sqrt{2} \lesssim \frac{29d}{70\sqrt{2}}\sqrt{2} = \frac{29d}{70}$$

sınırları mevcut olur (ki şekilde $|PQ| = 3.72$ **7922061357857** iken $\frac{29d}{70} = \frac{261}{70} = 3.72$ **8571428571428 ...**'dir). Burada $|PQ|$ için kesirlerle yapılan hesaplardan (2.24)'teki alt sınır ve $\sqrt{2}$ 'li değerlerle yapılan hesaplardan üst sınır çıkar.

Şu halde EFCG karesinin bir kenar uzunluğu şu şekilde ortaya çıkar (ki şekilde $|EF| = |KF| - |KE| = d - \frac{d}{9} = \frac{8d}{9} = \frac{8.9}{9} = 8$ iken $\frac{70\sqrt{2}-11}{70\sqrt{2}}d = \frac{630\sqrt{2}-99}{70\sqrt{2}} = 7.9999$ **48980893311 ...**'dir):

$$(2.30) \quad |EF| = |KF| - |KE| = d - \frac{11d}{70\sqrt{2}} = \frac{70\sqrt{2} - 11}{70\sqrt{2}}d.$$

Not 2.3. Şekilde

$$(2.31) \quad |EL| = \frac{7\sqrt{2} - 9}{18}d \lesssim \frac{7 \cdot \frac{99}{70} - 9}{18}d = \frac{d}{20}$$

ve (ki şekilde $|EM| = 0.636038969321074$ iken $\frac{14-9\sqrt{2}}{18}d = \frac{14-9\sqrt{2}}{2} = 0.636038969321072 ...$ olup aynıdır)

$$(2.32) \quad |EM| = \frac{14 - 9\sqrt{2}}{18}d \lesssim \frac{14 - 9 \cdot \frac{140}{99}}{18}d = \frac{7d}{99}$$

olduklarına dikkat ediniz!

İşte bu sonuçlara göre EFCG karesinin alanı (2.30)'a göre (ki şekilde $|EF|^2 = 8^2 = 64$ iken $\frac{9921-1540\sqrt{2}}{9800}d^2 = \frac{9921-1540\sqrt{2}}{9800} \cdot 9^2 = 63.999$ **183696895930 ...**'dir)

$$(2.33) \quad A(EFCG) = |EF|^2 = \frac{9921 - 1540\sqrt{2}}{9800}d^2 \lesssim \left(\frac{8}{9}d\right)^2$$

iken düzgün teğetler 8-geninin alanı (ki her ikisinde de $A_8 = 2(\sqrt{2} - 1)d^2 = 67.10259710444144$ ile aynıdır)

$$A_8 = A(ABCD) - 4A(APQ) = d^2 - 4 \frac{\left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2}{2} = d^2 - a^2 = d^2 - (\sqrt{2} - 1)^2 d^2 = 2(\sqrt{2} - 1)d^2$$

Bölüm 2: Eski Mısır'da Π

eşitliklerinden şu şekilde elde edilir:

$$(2.34) \quad A_8 = 2(\sqrt{2} - 1)d^2.$$

Buna göre 8-genin alanı $\sqrt{2}$ için (2.20)'deki değerlere göre

$$(2.35) \quad \frac{82}{99}d^2 \lesssim A_8 \lesssim \frac{29}{35}d^2$$

iken hesaplamaya göre

$$A_8 = A(ABCD) - 4A(APQ) = d^2 - 4 \frac{\left(\frac{29}{99}d\right)^2}{2} = d^2 - 2 \left(\frac{29}{99}d\right)^2 = \frac{8119}{9801}d^2$$

eşitliklerinden

$$(2.36) \quad A_8 = \frac{8119}{9801} d^2$$

dir. Bu değer (2.35)'teki sınırların aritmetik ortalamasından biraz küçüktür.

Şimdi EFCG karesinin merkezini O'ya taşırsak düzgün teğetler 8-genini ile EFCG karesi arasında 4 tane eş yamuk ve ikizkenar dik üçgen oluşur ki [Problem 52](#)'ye göre yamuğun üst tabanı düzgün teğetler 8-geninin $|PQ| = (\sqrt{2} - 1)d$ şeklindeki bir kenarı olurken alt tabanı $|PQ| + 2 \cdot \frac{|AH|}{2} = (\sqrt{2} - 1)d + \frac{d}{9}$ ve yüksekliği $\frac{|AH|}{2} = \frac{d}{18}$ olduğundan alanı

$$(2.37) \quad \frac{(\sqrt{2}-1)d + (\sqrt{2}-1)d + \frac{d}{9}}{2} \cdot \frac{d}{18} = (18\sqrt{2}-17) \cdot \left(\frac{d}{18}\right)^2$$

ve [Problem 51](#)'e göre ikizkenar dik üçgenin bir dik kenarı $|ME| + 2 \cdot \frac{|AH|}{2} = \frac{14-9\sqrt{2}}{18}d + \frac{d}{9} = \frac{16-9\sqrt{2}}{18}d$ olduğundan alanı

$$(2.38) \quad \frac{1}{2} \left(\frac{16 - 9\sqrt{2}}{18} d \right)^2$$

için EFCG karesinin alanını elde etmiş oluruz:

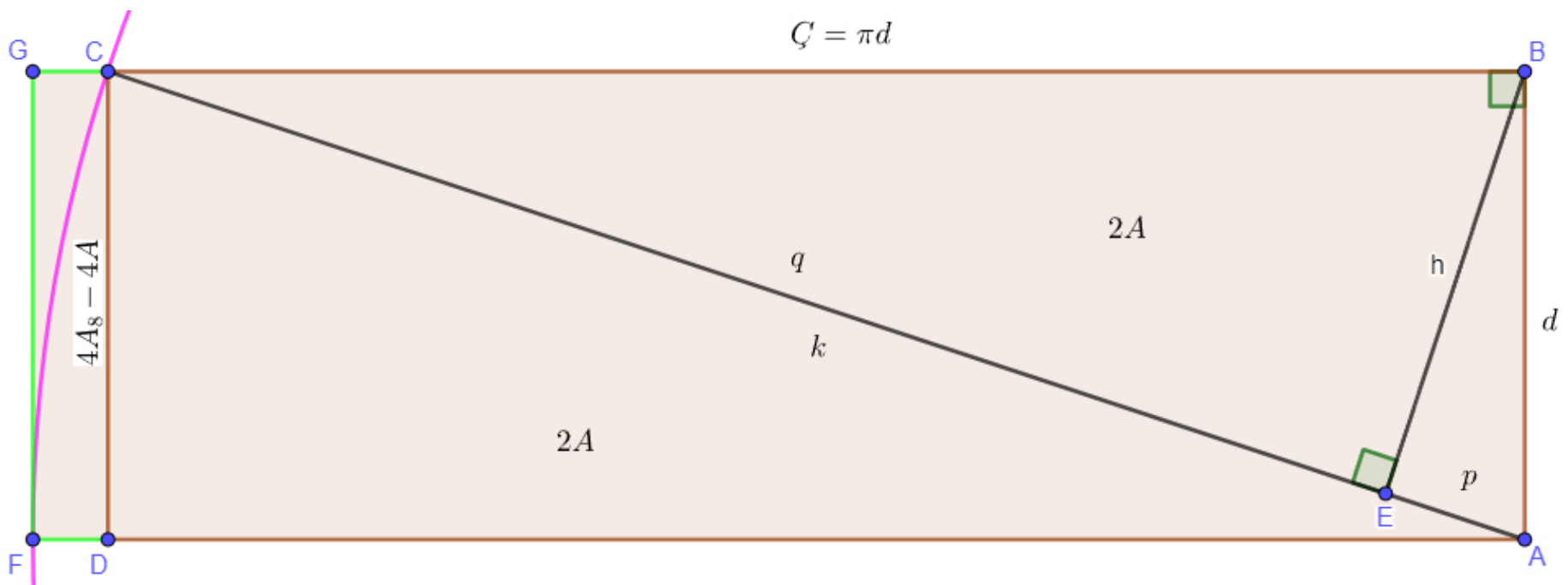
$$(2.39) \quad A(EFCG) = A_8 - 4 \left[(18\sqrt{2} - 17) \cdot \left(\frac{d}{18}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{16 - 9\sqrt{2}}{18} d\right)^2 \right] = 2(\sqrt{2} - 1)d^2 - 2(81\sqrt{2} - 113) \left(\frac{d}{9}\right)^2 = \frac{64}{81}d^2 = \left(\frac{8}{9}d\right)^2 = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2.$$

Diğer taraftan eğer merkezi P ve yarıçapı |PH| (ya da merkezi Q ve yarıçapı |QK|) olan bir çember çizersek bu çember [LM]’nin orta noktasına yakın geçtiğinden AHEK karesinin e kenarı için şu yaklaşık sonuç geçerli olur (ki |ML| = |EL| = |OA| - (|OL| + |AE|) = $\frac{d\sqrt{2}}{2} - \left(\frac{d}{2} + e\sqrt{2}\right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}d - e\sqrt{2}$ ’dir, 22.4.2024, 4:40):

$$|\text{PA}| - |\text{HA}| = |\text{PH}| = |\text{PM}| + \frac{|\text{ML}|}{2} \Rightarrow \frac{29d}{70\sqrt{2}} - e = e\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}-1}{4}d - \frac{e\sqrt{2}}{2} \Rightarrow e = \frac{82-47\sqrt{2}}{140}d = 0.110942589774746\dots d \lesssim \frac{d}{9} \quad (2.40).$$

Firavun 3. Amenemhat İçin Metot

Söz konusu bu sayısal gözlemlerimin doğru olduğunu şu şekilde görebilirsiniz:



Şekil 2.12. Şekil orijinalde [MMP 10](#)'dan gelmekle birlikte *Arşimet*'in [Önerme 1](#)'indeki şekli gösterir. Çünkü [Önerme 1](#)'de tabanı dairenin çevresi ve yüksekliği yarıçapı olan dik üçgenin alanı dairenin alanını veriyordu. Bu nedenle ABC (ya da ACD) dik üçgeninin alanı 2A olmaktadır (13.01.2024, 06:30).

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Şekilde ABCD dikdörtgeninin alanı

$$(2.41) \quad 4A = \zeta \cdot d = \pi d \cdot d = \pi d^2$$

dir ve

$$(2.42) \quad k = \sqrt{d^2 + (\pi d)^2} = d\sqrt{\pi^2 + 1}$$

köşegenine göre

$$(2.43) \quad kd \lesssim 4A_8$$

yaklaşımı geçerlidir. Burada dikkat ederseniz merkezi A ve yarıçapı $|AC| = k$ köşegeni olan bir çember çizersek bu çemberin $[AD]$ kenarının uzantısıyla kesiştiği nokta F olur ve böylece düzgün teğetler 8-geninin alanının 4 katı ABGF dikdörtgeninin alanına dönüşürken DCGF dikdörtgeninin alanı $4A_8 - 4A$ olur.



Resim 2.4. *Nymâtre* (**3. Amenemhat**), Mısır'ın **12. Hanedanlık**'ına mensup 6. firavunu olup M.Ö. 1860-1814'de hüküm sürmüştür. Hüküm yılları **Orta Krallık**'ın Altın Çağı olarak adlandırılır.

Eğer bu son yaklaşımda (2.1), (2.34) ve (2.42)'yi yerlerine koyarsak,

$$\begin{aligned} \sqrt{\pi^2 + 1}d^2 = kd &\lesssim 4A_8 = 4.2(\sqrt{2} - 1)d^2 \Rightarrow \frac{1}{8}\sqrt{\pi^2 + 1} \lesssim \sqrt{2} - 1 \\ \Rightarrow \sqrt{2} &\lesssim 1 + \frac{1}{8}\sqrt{\left(\frac{16}{9}\right)^4 + 1} \end{aligned}$$

yaklaşımından (2.20)'dekilerle uyumlu olan şu yaklaşık değeri elde ederiz:

$$(2.44) \quad \sqrt{2} \lesssim 1 + \frac{1}{8}\sqrt{\left(\frac{16}{9}\right)^4 + 1} = 1.414\mathbf{365501} \dots$$

Burada bizi bir sürpriz daha bekler: Bu sefer (2.43)'te (2.41)'i yerine koyarsak, (2.42)&(2.43)'e göre,

$$\begin{aligned} \sqrt{d^2 + (\pi d)^2} \cdot d = kd &\lesssim 4A_8 \Rightarrow A_4^2 + (4A)^2 = (d^2)^2 + (\pi d^2)^2 \\ &= (d^2 + (\pi d)^2)d^2 \lesssim (4A_8)^2 \end{aligned}$$

yaklaşımından alanlar için Pisagor bağıntısı çıkar:

$$(2.45) \quad (4A)^2 + A_4^2 \lesssim (4A_8)^2.$$

Bu yaklaşımda Şekil 2.11, dolayısıyla Şekil 1.3'teki dairenin alanı A ve bu dairenin düzgün teğetler 4-geninin (kare) alanı A_4 ve düzgün teğetler 8-geninin alanı A_8 olmak üzere $4A = 4\pi r^2$ formülü **Arşimet**'in **Önerme 33**'te verdiği kürenin yüzey alanıdır.

Bu yaklaşım formülünü şimdiye kadar nasıl fark edememişiz hayret ediyorum. Çünkü **Problem 50**'de verilen ve 1000'lerce yıl kullanılan (2.2)'deki formülün orijinalde nasıl elde edilmiş olduğunu bilemeyebiliriz ama hiç olmazsa modern ve kesin bir açıklama getirebilirdik. Firavun **3. Amenemhat**'ın ricası üzerine çıkarttığım (2.45)'teki formül (2.2)'yi açıklayan dünyadaki ilk modern formül olup Şekil 2.11'e göre

$$\begin{aligned} (4A)^2 &\lesssim (4A_8)^2 - A_4^2 = (4.2(\sqrt{2} - 1)d^2)^2 - (d^2)^2 = (191\sqrt{2} - 128)d^4 \\ \Rightarrow A &\lesssim \sqrt{191 - 128\sqrt{2}} \left(\frac{d}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

yaklaşımından 2 ondalığı doğru olan şu sonuç geçerli olmaktadır:

$$(2.46) \quad A \lesssim \sqrt{7\sqrt{2}} \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \sqrt{191 - 128\sqrt{2}} \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3.159218893 \dots \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \left(\frac{8}{9}d\right)^2 \lesssim \sqrt{10} \left(\frac{d}{2}\right)^2.$$

İşte dairenin alanı, bu sonuç ile sondaki Hint değerinin ortalamasına yakındır (Y.N. $\sqrt{10}$ **Hint değeri** **Brahmagupta** tarafından ve yaklaşık kesir olarak **Demotik Matematiksel Papirüs**'de $\sqrt{10} \lesssim 3\frac{1}{6}$ şeklinde verilmiştir. Bkz. **62 (Şablon 23: F1-7)**. Bunun için **Eisenlohr**, $\sqrt{10} = 3.16$ değerinden S. **119**'da bahsederken **Nr. 49 (RMP 49)**'daki probleme dikkat çeker. Bkz. S. **121**. Baştaki $\sqrt{7\sqrt{2}}$ değerini ise bir diğer yaklaşımdan keşfettim). Özetle bu sonuçlara göre (2.2)'deki kural, dolayısıyla π için (2.1)'deki değer alanın karesinden elde edilmiş görünür ki bu tür hesaplar Eski Babil Matematiği'ne özgüdür!

Diğer taraftan ABC üçgenindeki alanların eşitliğinden (2.43)'e göre

$$kh = d \cdot \zeta \Rightarrow \frac{h}{d} = \frac{\zeta}{k} \gtrsim \frac{\pi d}{4A_8} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{A_8} = \frac{A}{A_8} \Rightarrow \frac{h}{d} \gtrsim \frac{A}{A_8}$$

işlemlerine göre şu yaklaşık sonuç mevcuttur:

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

$$(2.47) \quad \frac{h}{d} \gtrapprox \frac{A}{A_8}.$$

Benzer şekilde **Öklit**'in dik kenar bağıntılarına göre

$$d^2 = pk \Rightarrow \frac{p}{d} = \frac{d}{k} \gtrapprox \frac{d}{\frac{4A_8}{d}} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{A_8} \Rightarrow \frac{p}{d} \gtrapprox \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{A_8}$$

işlemlerinden

$$(2.48) \quad \frac{p}{d} \gtrapprox \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{A_8}$$

ve

$$\zeta^2 = qk \Rightarrow \frac{q}{\zeta} = \frac{\zeta}{k} \gtrapprox \frac{\zeta}{\frac{4A_8}{\zeta}} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{A_8} = \frac{A}{A_8} \Rightarrow \frac{q}{\zeta} \gtrapprox \frac{A}{A_8}$$

işlemlerinden

$$(2.49) \quad \frac{q}{\zeta} \gtrapprox \frac{A}{A_8}$$

yaklaşık sonuçları elde edilir.

Özetle buraya kadar [Problem 50](#)'deki EFCG karesinin alanının bir kenarı $[PQ]$ olan düzgün teğetler 8-geninin alanına mükemmel şekilde bir şekilde uyum sağladığını gördük ve (2.45)'te kesin bir metot verdim. Şimdi bu metodu diğer yaklaşım metotlarıyla açayım.

2.3.1. Problem 50 İçin Diğer Yaklaşım Metotları. Firavun *Awserre*'nin kâtibi *Ahmes* 250+ yıl önceki *Nymâtre*'nin döneminden kalma eski papirüste (2.2)'deki formülün hayal bile edemeyeceğimiz son kalıntılarını gördü ve onları yeni papirüse aktarmaya çalıştı. Bu kalıntılardan ilki [Problem 48](#)'deki Şekil 2.3'tür ve ikincisi [Problem 50](#)'ye göre Şekil 2.11'den çıkarttığım sonuçlardır. Bu sonuçlara göre *Ahmes*'in sadece [Problem 50](#)'deki kuralı bildiği ve bu kurala göre örnekler çözdüğü ama bu kuralın nasıl ortaya çıktığını bilmediği anlaşılmaktadır. Bu konuda bir örnek vermek gerekirse, *Arşimet-Eutokius* ikilisi güzel bir örnek teşkil eder. Yani bu metinler günümüze orijinal bir şekilde ulaşmıyor, derlene derlene geliyor ve anlayışımıza uygun olmasının nedeni budur.

Aşağıda yukarıdaki metoda ek olarak 3 yaklaşım metodu daha veriyorum. Bu metotları hiçbir kaynaktan göremezsiniz. Aynı şekilde, [Problem 50](#)'deki formülün uygulamasının bir benzerini *Heron*'un "*Geometrica*"sındaki S. 428-449'daki kare ve daire ile ilgili örneklerde görmemiz mümkün değildir!

1. Yaklaşım Metodu. *Ahmes*'in bilemediği kuralın çıkış noktası için ilk yaklaşım metodunu 26.08.2017, 18:00'da (1.36)'da verdiğim şu yaklaşıktan çıkartmıştım:

$$(2.50) \quad 2.994460475 \dots = \frac{\left(\frac{16}{9}\right)^2 + 2\sqrt{2}}{2} \lesssim 3.$$

İlkin bu yaklaşımda her 2 tarafı r^2 ile çarparsanız dairenin içine çizilen $a_8 = 2\sqrt{2}r^2$ ve $a_{12} = 3r^2$ alanlarıyla karşılaşsınız, yani daire ile içteki düzgün 8-genin alanlarının ortalaması içteki düzgün 12-genin alanına yaklaşık olur. İkinci olarak (2.1)'e göre

$$\frac{\pi + 2\sqrt{2}}{2} \lesssim \frac{\left(\frac{16}{9}\right)^2 + 2\sqrt{2}}{2} \lesssim 3 \Rightarrow \pi \lesssim 6 - 2\sqrt{2} \Rightarrow A = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim (6 - 2\sqrt{2}) \left(\frac{d}{2}\right)^2 = [4 - 2(\sqrt{2} - 1)] \frac{d^2}{4} = d^2 - \frac{2(\sqrt{2} - 1)d^2}{4} = A_4 - \frac{A_8}{4}$$

yaklaşımından şu formülü elde ettim (01.01.2024, 03:11): Şekil 2.11'e göre A d çaplı dairenin alanı, A_4 bu dairenin ABCD teğetler karesinin alanı ve A_8 dairenin düzgün teğetler 8-geninin alanı (ki *Neugebauer* Şekil 2.7 için (2.8)'de buna dikkat çekmiş ama bunu düzgün teğetler 8-genini için yapmamıştı) olmak üzere

$$(2.51) \quad A \lesssim A_4 - \frac{A_8}{4}$$

formülü geçerlidir. Bu, [Problem 50](#)'deki (2.2)'deki kural için bulduğum ilk yaklaşım formülüydü!

Şu halde bu formülde A_4 ve A_8 'in ifadelerini yerlerine koyar ve gerekli hesapları yaparsak,

$$A \lesssim A_4 - \frac{A_8}{4} = d^2 - \frac{2(\sqrt{2} - 1)d^2}{4} = \left(1 - \frac{\sqrt{2} - 1}{2}\right) d^2 = \frac{3 - \sqrt{2}}{2} d^2$$

eşitliklerinden şu yaklaşık sonuç geçerli olur:

$$(2.52) \quad A \lesssim \frac{3 - \sqrt{2}}{2} d^2.$$

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Burada şöyle düşündüm: *Nymâtre*'nin ya da ondan önceki dönemdeki Mısırlı matematikçi, $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ nin karekökünü almıyor, $\sqrt{2}$ 'ye yaklaşık bir değer seçiyor ve $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ değerini kare bir sayıyla çarpıp yine bir kare sayı elde etmek istiyor. Bunu şu tabloda görebilirsiniz:

Kare Sayının Araştırılması	
n	$\frac{3-\sqrt{2}}{2} \cdot n^2$
1	0.7928932188134524755...
2	3.1715728752538099024...
3	7.1360389693210722803...
4	12.686291501015239609...
5	19.822330470336311890...
6	28.544155877284289121...
7	38.851767721859171304...
8	50.745166004060958438...
9	64.224350723889650523...
10	79.289321881345247559...
11	95.940079476427749547...
12	114.17662350913715648...
13	133.99895397947346837...
14	155.40707088743668521...
15	178.40097423302680701...
16	202.98066401624383375...
17	229.14614023708776544...
18	256.89740289555860209...
19	286.23445199165634369...
20	317.15728752538099024...
⋮	⋮

Tablo 2.2. (2.52)'deki kare sayının araştırılması, 01.01.2024, 05:34:29. *Ahmes*'in kırmızı renkle gösterdiğim ilk kare sayıyı (ki kesir kısmı ihmal edilmektedir) aldığı anlaşılıyor!

Bu tablodaki sonuçları $\sqrt{2}$ 'nin gerçek değerini kullanarak elde ettim ve Mısırlı matematikçinin seçtiği değer ise (ki *Ahmes*, $\overline{27} = \frac{2}{27} = \frac{1}{18} + \frac{1}{54} = \overline{18\ 54}$ yazmıştır. Bkz. "[Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cilt 3](#)", S. 125)

$$\frac{64}{81} \lesssim \frac{3-\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{2} \lesssim 3 - 2 \cdot \frac{64}{81} = \frac{115}{81} = 1 \frac{34}{81} = 1 \frac{27+6+1}{81} = 1 + \frac{27}{81} + \frac{6}{81} + \frac{1}{81} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{27} + \frac{1}{81} = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54} + \frac{1}{81} = 1 \overline{3\ 18\ 54\ 81}$$

yaklaşımından elde edilen şu değere yakın olmalıdır:

$$(2.53) \quad \sqrt{2} \lesssim 1 \overline{3\ 18\ 54\ 81} = 1.41\mathbf{97530864197530864} \dots$$

Burada *Heron*'un, "[Metrica](#)"daki [S. 57-59](#)'daki her bir kenarı 10 olan düzgün 8-genin alanını hesaplarken eski Babilonya'daki $\sqrt{2} \lesssim 1; 25 = \frac{17}{12} = 1.41666666 \dots$ yaklaşık değeriyle alanı (ya da çevresi) için geçerli olan $8(\sqrt{2} - 1) \lesssim 2 \cdot \frac{24}{14\frac{1}{2}} = 3 \frac{9}{29} = 3.31\mathbf{0344827} \dots$ değerini bulduğuna dikkat ediniz (ki $\frac{24}{14\frac{1}{2}}$ oranı KEΔ üçgeninin alanı olarak alınıyor. Bkz. [S. 59](#)). Buna göre $2(\sqrt{2} - 1) \lesssim \frac{1}{2} \cdot \frac{24}{14\frac{1}{2}} = \frac{24}{29} = 0.82\mathbf{7586206} \dots$ değeri söz konusu olur ki bunun için [S. 123](#)'te 4.828 değeri teklif edilir. Fakat bu son değer Leyden Kütüphanesi'ndeki 29.06.1861 tarihli "[Heronis Mathematici Alexandrini Metrica](#)" adlı ve orijinal olmayan bir başka kodeksten alınmadır. Çünkü *Heron*'un orijinal "[Metrica](#)"sı 1896'da İstanbul'da keşfedilmişti!

Eğer tablodaki araştırmamıza devam edersek $n = 1, 2, \dots, 100$ 'e kadar $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ için en iyi yaklaşıklığın $\left(\frac{65}{73}\right)^2$ olduğu görülür ve bu durumda $\sqrt{2}$ için daha iyi bir değer elde edilir:

$$(2.54) \quad \sqrt{2} \lesssim 1 \frac{2208}{5329} = 1.414\mathbf{3366485269281291} \dots$$

Ama Mısırlı matematikçinin bu ve diğer spesifik yaklaşık değerlerle uğraşacak imkânı yoktu! O halde $\sqrt{2}$ için $\frac{64}{81}$ yaklaşık değerini bulduğumuza ve bu kesirdeki sayıların birer kare sayı oldukları bilindiğine göre, (2.52)'den

$$A \lesssim \frac{3-\sqrt{2}}{2} d^2 \approx \frac{64}{81} d^2 = \frac{8^2}{9^2} d^2 = \left(\frac{8}{9} d\right)^2 = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$$

şeklinde (2.2)'yi elde etmiş oluruz (Y.N. A.B. Chase, *Ahmes*'in "[Hataları](#)"nda şunları söyler: "Kullanılan yöntemin tam olarak doğru bir sonuç vermediği bazı durumlar vardır. Bu, Mısır'ının bilgisinin sınırlarını gösterir ve ilgi çekici bir konudur. Ancak böyle bir yöntemin kullanılmasını dikkatsizce yapılmış bir hata olarak nitelendiremeyiz. Bir dairenin alanı için çapın $\frac{8}{9}$ 'unun karesini alır..." Bkz. S. [41-42](#). Bu görüş Rhind papirüsünün *Eisenlohr* tarafından 1877'de yapılan ilk baskısından beri mevcuttur. Bkz. [S. 98](#)):

$$(2.55) \quad A \lesssim \left(d - \frac{d}{9}\right)^2.$$


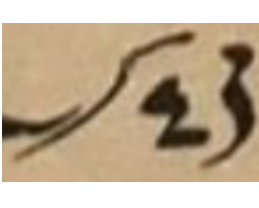
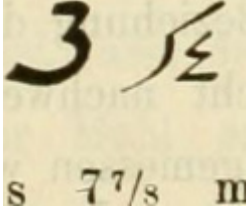
Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Burada karşımıza şu kritik bilgi çıkıyor: Mısırlılar, $\frac{a}{b}$ bileşik kesrini önce $c \frac{d}{e}$ tam sayılı kesre ve sonra $\frac{d}{e}$ basit kesrini birim kesirlerin toplamı olarak yazarlarken d ve e'yi biliyorlar ve d'yi e'ye bölüp birim kesirlere ayırıyorlardı (Bkz. Problem 56-60. Seked (eğim) problemlerinde $\frac{d}{e}$ 'nin birim kesirlere ayrılışları gösterilmiştir). Özellikle d = 2 ve e = 3, 4, ..., 101 için $\frac{d}{e}$ 'nin birim kesirlere ayrılışları için tablolar yaptılar. Aşağıda **Eisenlohr**'un bu kesirlere ait RMP'den çıkarttığı bazı örnekler mevcuttur.

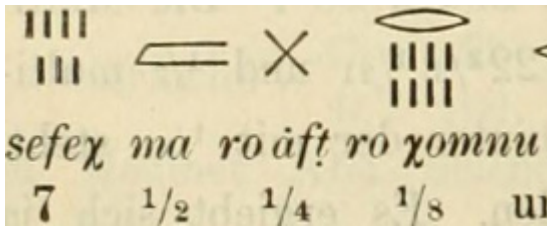
Eisenlohr'dan Kritik Bir Tespit!

Eisenlohr, **Ahmes**'in $c \frac{d}{e}$ tam sayılı kesirlerini **Heron**'un "*Geometrica*"sındaki gibi yazmış olduğunu ilk kez tespit etti. Bu tam sayılı kesirler firavun **Khufu**'nun dönemindeki "*Kraliyet Ekipleri İçin Ekmek ve Tahıllar: El-Iarf Vadi'si'ndeki Büyük Muhasebe Papirüsü: Papirüs H*"deki gibi yazılmış olup hem bu papirüsteki gibi geleneksel sembollerle hem de özel sembollerle gösterilmiştir.


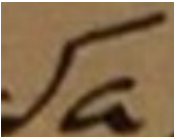
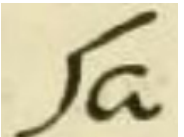
Ahmes, örneğin $7 \frac{7}{8} = 7 \frac{3 \frac{1}{4}}{8}$ kesrini hiyeratik olarak şöyle yazar:

		
Rhind Papirüsü, Britanya Müzesi (EA 10058, 7. Resim, Sağdan 2. sütundaki son ya da 12. problem).	Rhind Papirüsü Tıpkıbasımı-1898, Problem 70 (Sondaki problemdeki kırmızı girişten sonra gelen sayı).	Eisenlohr , Nr. 70 (Sadece bu sayı orijinalde (hiyeratik) bırakılarak metin hiyeroglif olarak yazılmıştır).


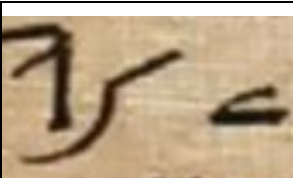
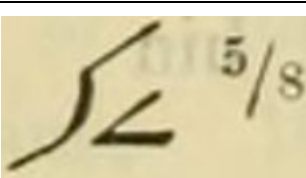
Ve aynı problemin sonunda bu tam sayılı kesrin birim kesirlere göre açılımı olan $7 \frac{1 \frac{1}{2}}{2} \frac{1}{4} \frac{1}{8}$ 'i şu şekilde yazar (Bkz. Problem 70 ve Nr. 70):



Benzer şekilde, **Ahmes**, Problem 71'deki $\frac{3}{8} = \frac{1 \frac{1}{4}}{8}$ 'i

		
Rhind Papirüsü, Britanya Müzesi (EA 10058, 11. Resim, Sağdan 1. satır-3. sütundaki problem).	Rhind Papirüsü Tıpkıbasımı-1898, Problem 71 (İlk problemdeki son satırdaki 2. paragrafın ortasındaki sayı)	Eisenlohr , Nr. 71 (En alttaki sayı)

ve Problem 81'deki $\frac{5}{8} = \frac{1 \frac{1}{4}}{8}$ 'i

		
Rhind Papirüsü, Britanya Müzesi (EA 10058, 13. Resim, En altta soldan 2. problem).	Rhind Papirüsü Tıpkıbasımı-1898, Problem 81 (Sondaki problemdeki ilk satırdaki 3. paragrafın başındaki sayı)	Eisenlohr , Nr. 81 (En alttaki sayı)

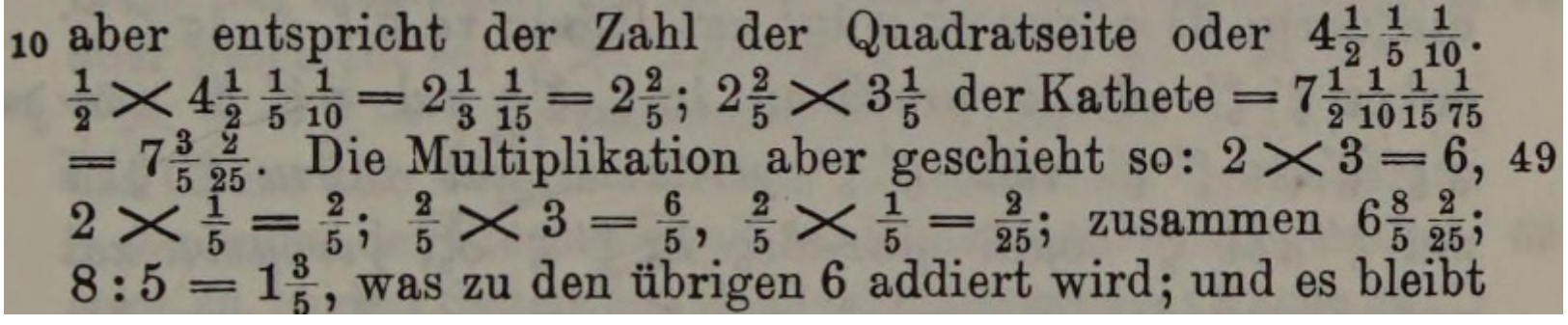
kesirlerini de verir!

Bunlarla birlikte Problem 71'deki $2 \frac{2}{3}$ ve Problem 75'teki $7 \frac{3}{4}$ kesirlerini doğrudan yazması sizi şaşırtmasın, çünkü $\frac{2}{3}$ ve $\frac{3}{4}$ kesirlerinin yazımları için birer hiyeratik ya da hiyeroglif sembol mevcuttur (Bkz. "*Mısır Kesirleri*").

Oysa $c \frac{d}{e}$ tam sayılı kesirlerin yazımını ilk kez **Heron**'un "*Geometrica*"sında görmüştük. **Heron** bu ve diğer eserlerinde kesirlerin yazımında genelde Rhind papirüsündeki gibi birim kesirler cinsinden ve bazen de karmaşık şekilde yazar. Örneğin **Heron**, 259. sayfa da her 2 türden birkaç kesri şöyle yazmıştır:



Resim 2.5. **August Adolf Eisenlohr (1832-1902)**, Alman Mısır bilimci, Heidelberg Üniversitesi'nde 1882-1885 dil bilimci, HD'de profesör, 1885'ten beri fahri profesör. 1858'de Luksor'da İskoç antikacı ve koleksiyoner **Alexander Henry Rhind** tarafından satın alınan Rhind Matematik Papirüsü'nü 1877'de "*Eski Mısırlıların Matematiksel El Kitabı (Britanya Müzesi Rhind Papirüsü)*" kitabında ilk kez yayımladı!



Burada gördüğünüz gibi **Heron** $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{1}{10}$ ve $7\frac{1}{2}\frac{1}{10}\frac{1}{15}\frac{1}{75}$ kesirlerini Mısır birim kesirlerindeki gibi yazarken, keyfi olarak da $7\frac{3}{5}\frac{2}{25}$, $6\frac{8}{5}\frac{2}{25}$ ve $1\frac{3}{5}$ kesirlerini yazmıştır. İkinci türdeki kesirlerin hesaplardaki işlemlerde kolaylık olması için, muhtemelen derlemeler sırasında, yazılmış oldukları açıktır. Ama **Heron**'un İskenderiyeli (kimine göre Helenleşmiş Mısırlı, kimine göre Yunanlı) olduğu göz önüne alınırsa Mısır geleneğinden ayrıldığı, dolayısıyla öncüsü **Ahmes** gibi kesirleri yazdığı sonucu çıkar.

Şimdi bu kesirlerin nasıl yazıldığını anlayabilmek için eski Yunan'daki sayı sistemine ve **Heron**'daki kesirlere kısaca bir göz atalım.

Voltaire: “Yunanlılar hiçbir şeyi keşfetmemiş. Pek az şeyi ıslah etmişler, hem de çok geç!”, [S. 6](#), “[Cemil Meriç'ten Seçmeler: Yunan Mucizesi III](#)”.

Bu söze tamamen katılmak mümkün değil, çünkü Yunanlılar Mısırlılardan kendilerine ulaşan sistemi revize ettiler ve bu sistemde maksimum katkı yaptılar!

Eski Yunan'da Sayı Sistemi

10'luk sisteme göre Yunan alfabesindeki harflerin sağ üst köşelerine çizgi (tırnak işareti) konarak 1, 2 ve 3 basamaklı sayılar (ki bunun için Yunan alfabesine 3 yeni sembol eklendi. Çünkü Yunan alfabesinde toplam [24 harf](#) (ki orijinalde 22 harf) vardı) ve ilk 9 harfin sol alt köşelerine aynı işaret konarak 4 basamaklı sayılar elde edildi. En büyük sayı 10,000 “M” ile gösteriliyordu ve Yeni Ahit'teki “[Myriad](#)” kelimesi buradan gelir. Oysa eski Mısır'da 100,000 ve 1,000,000 sayıları için de semboller vardı (Bkz. “[Mısır Sayıları](#)”). Yani Yunanlılar Mısır'dan aldıkları 10'luk sayı sistemini kendi alfabeleri üzerine kurmuşlardı. Bu davranışı kesirlerde de sürdürdüler. Örneğin ilk kesir olan $\frac{1}{2}$ 'yi Mısır'dan almışlardı ve **Arşimet**, **Diofant** ve **Eutokios** “L” şeklinde yazarken **Heron** “C” şeklinde yazıyordu (Bkz. [S. 7](#)). Bunların hepsi $\frac{1}{2}$ 'nin Mısır'daki hiyeratik yazımlarından geliyordu. Bu, Yunanlıların kesir yazımında tek kaldı ve diğer kesirler Yunan harfleri yan yana getirilip sağ üst köşelerine bir çift çizgi çekilerek yazıldı (Bkz. “[Greek numeral system](#)”). Ama kesirlerin yazım şekli de Yunanlılara Mısır'dan intikal etmişti!

Heron'da Kesirler

Bilindiği üzere **Heron**'un 11. yy.'a tarihlenen ve Yunanca tek kaynak olan “[Metrica](#)” adlı eseri 1896'da İstanbul'da **R. Schöne** tarafından keşfedildi (Bkz. “[İskenderiyeli Heron](#)” ve “[İskenderiyeli Heron'un Metrica'sının Yeni Bir Basımı](#)”). Bu eser nedeniyle “[Büyük İskenderiye Kütüphanesi Yangını](#)” masalına da değinmem gerekiyor. Örneğin [391](#)'deki yangın için şunlar söylenir: “*İmparator, bunun üzerine hepsinin yok edilmesini emretti. İskenderiye Kütüphanesi'ndeki tüm eserler şehrin hamamlarına dağıtılarak yaktırıldı ve böylece insanlık tarihinin bu bilim ve kültür hazinesi yok oldu*”. Evet, kütüphanede çeşitli dönemlerde yangınlar oldu ama bunlar tamamen palavradır. Çünkü hiçbir yangında eski Yunan eserleri yakılmadı. Eğer tersi olsaydı biz o zaman 10. yy.'dan kalma **Arşimet**'in palimpsestini, 11. yy.'dan kalma **Heron**'un “Metrica”sını ve diğer eski Yunan matematik metinlerini göremezdik). Bu eserde **Heron**'un bileşik kesirleri tam sayılı kesirler olarak yazarken çoğu zaman kesir kısmını Mısır'daki gibi birim kesirler cinsinden yazsa da $a\frac{b}{c}$ şeklinde de yazdığı görülmekle birlikte standart bir form yoktur (Bkz. “[İskenderiyeli Heron: OPERA, Cit 4](#)”). Bu kitapta sadece “[Geometrika](#)” bölümüne bakmanız bile yeterlidir. **Heron** kesirleri **Eutokios** gibi yazmaz, genelde Eski Mısır'daki gibi birim kesirler şeklinde yazar).

Neugebauer'in Yöntemine Bir Katkı

Neugebauer, 19.03.1928'de dairenin A alanı için Şekil 2.7'ye göre (2.8)'deki yaklaşımı verdi. Bu, [Problem 50](#)'ye göre $d = 9 Khet$ için $A > \frac{7d^2}{9} = \frac{7 \cdot 9^2}{9} = 63 Setat$ olduğundan $A = 64 Setat$ olarak alınabilir!

Söz konusu **Neugebauer**'in bu yaklaşımını 3 farklı yolla gösterebilirim. Bu ispatlar biraz spastik olacak ama idare edelim. Çünkü (2.51)'deki A'nın üst sınırından alt sınırına geçmeye çalışıyoruz!

1. Yol. **Arşimet**'in [Önerme 1](#)'indeki [Şekil 1.3](#)'ün altında verdiğim hesaplarına göre (1.19) ve (2.51)'den A'nın aralığını şu şekilde belirlemiş oluruz:

$$(2.56) \quad \underbrace{2A_8 - A_4}_{\text{Arşimet, Önerme 1}} < A < \underbrace{A_4 - \frac{A_8}{4}}_{\text{Problem 50}}$$

Diğer taraftan Şekil 2.11'de içteki karenin alanına K dersek ve içteki ile dıştaki kareler arasında kalan dikdörtgenlerin alanları $2 \cdot \frac{d}{9} \cdot \frac{8d}{9} + \left(\frac{d}{9}\right)^2 = \frac{17}{81}d^2$ için

$$(2.57) \quad A_4 = K + \frac{17}{81}d^2$$

eşitliği mevcut olduğundan (2.56)'daki alt ve üst sınırlardan elde edilen

$$2A_8 - A_4 < A_4 - \frac{A_8}{4} \Rightarrow \frac{9A_8}{4} = 2A_8 + \frac{A_8}{4} < 2A_4 \Rightarrow A_8 < \frac{8A_4}{9} \quad (2.58)$$

sonucu geçerli olur.

Şu halde (2.57)&(2.58)'i (2.56)'daki üst sınırdaki yerine koyar ve gerekli hesapları yaparsak,

Bölüm 2: Eski Mısır’da II

$$A < A_4 - \frac{A_8}{4} = K + \frac{17}{81}d^2 - \frac{A_8}{4} = K + \frac{17A_4}{81} - \frac{A_8}{4} > K + \frac{17A_4}{81} - \frac{1}{4} \cdot \frac{8A_4}{9} = K - \frac{A_4}{81} = 64 \left(\frac{d}{9}\right)^2 - \left(\frac{d}{9}\right)^2 = 63 \left(\frac{d}{9}\right)^2 = 63A(AHEK)$$

eşitsizliklerinden Şekil 2.11’deki dairenin alanı şu aralıkta yer alır (N, *Neugebauer*’in Şekil 2.7’de gösterdiği oktagonun alanıdır):

$$(2.59) \quad \frac{N}{A(AHEK)} = 63 \lesssim \frac{A}{A(AHEK)} \lesssim 64 = \frac{A(EFCG)}{A(AHEK)}.$$

2. Yol. Eğer (2.51)’de (1.17)’deki bağıntılardan ve (1.18)’deki eşitsizlikten yararlanırsak yine (2.8) elde edilir:

$$A < A_4 - \frac{A_8}{4} = A_4 - \left(\frac{A_4}{4} - B\right) = A_4 - \frac{A_4}{4} + B = \frac{3A_4}{4} + B > \frac{3A_4}{4} + \frac{C}{2} = \frac{3A_4}{4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{A_4 - A}{4} = \frac{7A_4}{8} - \frac{A}{8} \Rightarrow \frac{9A}{8} = A + \frac{A}{8} > \frac{7A_4}{8} = \frac{7d^2}{8} \Rightarrow A > \frac{7d^2}{9} = 7 \left(\frac{d}{3}\right)^2 \quad (2.60).$$

3. Yol. Eğer Şekil 2.11’de $\frac{A_8}{4}$ ’ün 2 kare arasında kalan eş dikdörtgenlerin alanlarının 2 katından küçük olduğu göz önüne alınırsa,

$$\frac{\sqrt{2}-1}{2}d^2 = \frac{2(\sqrt{2}-1)d^2}{4} = \frac{A_8}{4} < 2 \cdot d \cdot \frac{d}{9} = \frac{2d^2}{9} \Rightarrow \sqrt{2} < 1\frac{4}{9}$$

eşitsizliğinden $\sqrt{2}$ için şu yaklaşık değer elde edilir:

$$(2.61) \quad \sqrt{2} \lesssim 1\frac{4}{9} = 1.4\textcolor{red}{44444444} \dots$$

Bu durumda dairenin A alanı için yine *Neugebauer*’in (2.8)’de verdiği yaklaşım geçerli olur:

$$A < A_4 - \frac{A_8}{4} > d^2 - 2 \cdot d \cdot \frac{d}{9} = \frac{7}{9}d^2 = 7 \left(\frac{d}{3}\right)^2 \Rightarrow A > 7 \left(\frac{d}{3}\right)^2 \quad (2.62).$$

Kara Şahin düştü: Arşimef’in Önerme 2’si Problem 48’den elde edilmiştir!

“Gerçek bir akademisyen, *Platon*’un kalbinden gelen bir astronom

Pitane’li Autolycus

Birazdan *Autolycus*’un *Öklit*’ten daha yaşlı olduğunu göreceğiz. Bu, onun *Platon*’un eski Academia’sının yerini alan ‘orta Akademi’nin kurucusu *Archesilaus*’un öğretmeni olduğu geleneğiyle uyşmaktadır. Dolayısıyla *Autolycus*’u 320 ya da 310 yılına yerleştirebiliriz.

Autolycus (Autolikos) özellikle önemlidir, çünkü 2 eseri tamamen korunmuş olan en eski matematikçi-astronomdur. Bu eserlerin önemini anlamak için *Platon*’un Cumhuriyet’te (Kitap VII, 529 A) bir bilim olarak astronomi hakkında söylediklerini hatırlamak iyi olacaktır.

Sokrates, Glauco’nun astronomiyi ilk olarak pratik değeri için nasıl övdüğünü, kendisinin onunla nasıl alay ettiğini ve *Glauco*’nun daha sonra *Sokrates*’in tarzında astronomiyi nasıl övmek istediğini anlatır (Y.N. *Platon, Sokrates* ile *Glauco (Glaukon)* farklı dönemlerde yaşamalarına rağmen aşağıdaki diyalogda buluşturur):

- Çünkü bu çalışmanın ruhu yukarıya bakmaya zorladığı ve onu buradaki şeylerden uzaklaştırıp daha yüksek şeylere götürdüğü sanırım herkes için aşikârdır.

- Benim dışımda herkes için açık olabilir, çünkü ben öyle düşünmüyorum... Bana öyle geliyor ki, düşüncenizde ‘daha yüksek şeylerin incelenmesi’ne çok liberal bir yorum getiriyorsunuz, çünkü görünüşe göre, başı arkaya dönük biri tavandaki süslemelere bakarak bir şeyler öğrenirse, onu gözleriyle değil, daha yüksek bir akılla düşünmüş olarak kabul edersiniz. Belki de siz haklısınız ve ben bir ahmağım. Kendi adıma, ruhun bakışlarını varlık ve görünmez olanla ilgilenen çalışmalardan daha yukarıya çeviren başka bir çalışma olduğunu düşünemiyorum. Ama eğer bir kimse, ister yukarıya bakarak, ister aşağıya bakarak duyuların yüksek şeylerini öğrenmeye çalışırsa, onun gerçekten öğrendiğini asla söyleyemem -çünkü bu türden hiçbir şey gerçek bilgiyi kabul etmez- ne de denizde ya da karada sırt üstü yüzerek çalışsa bile, ruhunun yukarıya değil, aşağıya baktığını söyleyebilirim.

- Adil bir cevap, dedi; azarlamanızı hak ettiniz. Ama astronominin amacımıza uygun bir şekilde öğrenilmesi için bugünkü modaya aykırı bir şekilde öğretilmesi gerektiğini nasıl kastettiniz?

- Ben de öyle dedim: Gökyüzünü boyayan bu kıvılcımlar, görünür bir yüzey üzerinde süslemeler oldukları için, elbette materyal şeylerin en güzeli ve en doğrusu olarak kabul etmeliyiz; ama hem birbirlerine göre hem de taşıdıkları ve içerdikleri şeylerin araçları olarak gerçek sayı ve tüm gerçek şekillerde gerçeğin, hareketlerin, yani gerçek hızın ve gerçek gösterinin çok gerisinde kaldıklarını kabul etmeliyiz. Bunlar sadece akıl ve düşünce ile kavranabilir, ama içgüdü ile değil... O halde, tıpkı *Daedalus* ya da başka bir zanaatkâr ya da ressam tarafından özel bir dikkat ve özenle çizilmiş diyagramlar üzerinde değişiklik yapan birinin yaptığı gibi, bu gerçeklerin incelenmesine yardımcı olmak için göklerin süslemelerini kalıplar olarak kullanmalıyız. Bu tür tasarımları gören geometriye aşına herhangi biri, işçiliğin güzelliğini kabul eder, ancak eşitler, çiftler ya da başka herhangi bir oranla ilgili mutlak gerçeği bulma beklentisiyle bunları ciddi bir şekilde incelemenin saçma olduğunu düşünür.

- Saçmalıktan başka ne olabilir ki?, dedi.

- Sizce, dedim, bir astronom gözlerini yıldızların hareketlerine çevirdiğinde gerçekten de aynı şekilde hissetmez mi? Cennetin zanaatkârının onu ve içerdği her şeyi böyle bir kumaş için mümkün olan en iyi şekilde biçimlendirdiğini kabul etmeye istekli olacaktır; Ama iş gece ve gündüzün oranlarına, bunların ayla, ayın yıla, yıldızların bunlarla ve birbirleriyle olan ilişkilerine geldiğinde, cisimlere sahip olmalarına ve görünür nesneler olmalarına rağmen bu şeylerin değişmeden ya da en ufak bir sapma göstermeden sonsuza dek sürüp gittiğine inanan ve bu şeylerin gerçekliği konusunda aralıksız bir arayış içinde olan bir adamı çok tuhaf bir adam olarak göreceğini düşünmüyor musunuz?

- En azından ben öyle düşünüyorum, dedi, şimdi bunu sizden duyuyorum.

- O halde, dedim, geometri çalışmasında olduğu gibi, astronomiyi de problemler aracılığıyla takip edeceğiz ve eğer gerçek astronomi biliminde bir rolümüz olacaksa, gökte olup bitenleri kendi halinde bırakalım. Biz ondan sadece akıl etmek için problemlerle uğraşalım...”, “*Bilimin Uyanışı*”, S. 193-194. Bir diğer çeviri için “*Devlet*”, S. 250-251’e bakabilirsiniz ama en iyi çeviri yukarıda verdiğimdir. Ancak asıl çeviri TMD tarafından 1994’te çıkarılan ve İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü’ümüzden sıcağı sıcağına satın aldığım “*Bilimin Uyanışı: Eski Mısır, Babilonya ve Eski Yunan Matematiği*” kitabındadır ve son konuşmadaki çeviriyi aklımda kaldığı kadarıyla oradan nakletmeye çalıştım. Yani Türkçe çevirisi daha çarpıcıdır (ki çeviri 1956-1982’de İstanbul Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü’nde görev yapan Prof. Dr. [Orhan Şerafettin İcen](#) tarafından yapıldı).

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

[Problem 48](#)'de Şekil 2.3 ya da Şekil 2.5'te görüldüğü üzere Tablo 2.1'e göre Şekil 2.11'deki ilkin bir kenarı 8 Khet olan EFCG karesinin alanı 64 Setat ve sonra bir kenarı dairenin çapı 9 Khet olan ABCD teğetler karesinin alanı 81 Setat olarak bulunuyor ve [Problem 50](#)'de Şekil 2.10'da görüldüğü üzere EFCG karesinin alanının yine 64 Setat olarak bulunduğunu görüyoruz. Burada sorun, [Problem 48](#)'de ABCD karesinin alanının 81 Setat olarak neden hesaplanmış olduğudur?

Bu sorunun yanıtını *Arşimet*'in Önerme 2'sinde şöyle buluyoruz:

[Önerme 2](#). Bir dairenin alanı, çapının karesine 11'in 14'e oranı kadardır.

[Bu önermenin metni tatmin edici değildir ve *Arşimet* bunu 3. önermeden önce koymuş olamaz, çünkü yukarı yaklaşım bu önermenin sonucuna bağlıdır.]

Parantez içindeki yorumu *T.L. Heat* yapar. Ona göre bu önerme [Önerme 3](#)'ten sonra gelmesi gerekiyordu, yani [Önerme 2](#) bir ispat değil [Önerme 3](#)'ün açık bir sonucu idi. Fakat öngöremediği şey, Problem 48 idi. Çünkü bu problem de dairenin $d = 9$ Khet çapı için aynı şeyi söyler:

$$(2.63) \quad \frac{A(EFCG)}{A(ABCD)} = \frac{\left(d - \frac{d}{9}\right)^2}{d^2} = \frac{\left(9 - \frac{9}{9}\right)^2}{9^2} = \frac{64 \text{ Setat}}{81 \text{ Setat}} = \left(\frac{8}{9}\right)^2.$$

Arşimet bu oranı şöyle geliştirdi: [Önerme 1](#)'e göre dairenin alanını,

$$A = \frac{\zeta \cdot r}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2$$

ele aldıktan sonra bunu dairenin çapının karesine böldü. Burada çapın karesi [Önerme 1](#)'deki şekildeki ya da Şekil 1.3'teki dairenin teğetler karesidir ve π 'nin üst sınırı [Önerme 3](#) ya da (2.4)'e göre $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$ dir.

Arşimet'in hesabına göre bu bölme işlemi şu şekilde yapılmıştır:

$$(2.64) \quad \frac{A}{R^2} = \frac{\pi r^2}{(2r)^2} = \frac{\pi}{4} < \frac{\frac{22}{7}}{4} = \frac{11}{14}.$$

Şu halde tüm bu sonuçları sıralarsak şu eşitsizlikler geçerli olur:

$$(2.65) \quad \frac{A}{d^2} = \frac{\pi}{4} < \frac{11}{14} < \left(\frac{8}{9}\right)^2 < \frac{3 - \sqrt{2}}{2}.$$

Burada (2.63)'teki oranın, *Arşimet*'in [Önerme 2](#)'sindeki oran ile (2.52)'den elde edilen oranının aritmetik ortalamasına yakın olduğuna ve 15. yy.'da yaşamış bir Yunanlı mimara göre bu oranların mimarlıkta kullanılmış olduklarına dikkat ediniz (Bkz. "[Yunanlı Mimar, Arşimet'in Önerme 2'sindeki şekli kullanır!](#)"). İnanır mısınız bu bulguyu *Platon*'un mezarının keşfedildiği gün buldum ama keşfin arkasından haberi alınca içim sevinçle oldu (Bkz. "[Platon'un Mezarı, Herculanum'da Bulunan Papirüs ile Ortaya Çıktı](#)"). Bana örnek bir Yunanlı göster dersanız size sadece *Platon*'un adını verebilirim. *Platon* "[göğsü geniş kimse](#)" olarak tanımlanır ancak bana göre onu en iyi tanımlayan şey, "[yürekli kimse](#)" olmasıydı. Çünkü gerçekleri hiç eğip bükmeden dobra dobra söylerdi ve bu özellikler bana *Platon*'dan miras kalmış gözükür (Bkz. *Platon*'un adının anlamı şurada geçer: "*Sokrates öldüğü zaman Platon 28 yaşındaydı. Yakışıklı, güçlü kuvvetli bir insandı. Omuzlarının genişliğinden ötürü sonradan 'Platon' adını almış derler*", *Devlet*, Önsöz, S. XVII. Benim tanımım ise şurada geçer: "*Bay Bond, Yunanların 'thrassos* (θάρσος) *' dedikleri şey sizde var: Yüreklilik.*", "[Yalnız Senin Gözlerin İçin](#)", 01:14:07-01:14:14). Yine tahmin edebileceğiniz gibi (2.65)'teki bulgu kaynaklarda geçmez. Örneğin Mısır bilimci ve Princeton İleri Araştırmalar Enstitüsü'nde Emeritus Profesörü olan *Marshall Clagett*, ne [Problem 48](#)'inde ne de bu problemle ilgili "[Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cit 3](#)" kitabındaki açıklamalarında bu bulguyu bırakın, böyle bir şeye niyet edilmiş olduğundan bile söz etmez ve bu durum diğer tüm kaynaklar da aynen böyledir. Diğer taraftan buradaki bir ikinci sorun, *Arşimet*'in [Önerme 2](#)'yi ispatsız ve yerinde vermemiş olmasıdır. Yani bu önerme, önermelerin sıralamasına göre, [Önerme 3](#)'ten sonra verilmeliydi, ki bu durumda [Önerme 2](#) ile [Önerme 3](#)'ün yer değiştirmesi gerekir, ve [Önerme 2](#)'nin ispatı *Arşimet*'ten çok sonra konulduğu ve yanlış olduğu için geçersizdir.

2. Yaklaşım Metodu: Mısırlı İşi. [Şekil 1.3](#)'teki düzgün teğetler 8-genin alanı

$$A_8 = (2r)^2 - 4 \cdot \frac{[(2 - \sqrt{2})r]^2}{2} = 4r^2 - 2(2 - \sqrt{2})^2 r^2 = 4r^2 - 2(6 - 2\sqrt{2})r^2 = 8(\sqrt{2} - 1)r^2$$

olduğundan $r = \frac{d}{2}$ ve $\sqrt{2}$ için $\frac{7}{5}$ değerini yerlerine koyar ve gerekli hesapları yaparsak,

$$A_8 = 8(\sqrt{2} - 1)r^2 \gtrsim 8\left(\frac{7}{5} - 1\right)\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{4}{5}d^2$$

yaklaşımından

$$(2.66) \quad \frac{4}{5}d^2 \lesssim A_8$$

olarak elde edilir ki Şekil 2.11'deki d çaplı dairenin alanına göre

$$\pi \frac{d^2}{4} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = A \lesssim \frac{4}{5}d^2 \lesssim A_8 \Rightarrow \pi \lesssim \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

yaklaşımından π için şu sonuç geçerli olur:

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

$$(2.67) \quad \pi \lesssim 3\frac{1}{5}.$$

Fakat bu değer henüz (2.1)'deki Mısır π 'si için yeterli değildir. Ancak bu değer ile eski Babilliler tarafından verilen (1.13)'teki $3\frac{1}{8} = 3;7,30 \lesssim \pi$ değerinin aritmetik ortalamasını alırsak (ki 2 birim kesrin toplamının tek bir kesre çevrilmesi, 2 kesrin karşılaştırılması ve tam sayılı bir kesrin bileşik kesre çevrilmesi işlemleri **Ahmes**'ten önce biliniyordu),

$$\pi \lesssim \frac{3\frac{1}{8} + 3\frac{1}{5}}{2} = 3 + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} = 3\frac{13}{80} \gtrsim 3\frac{13}{81} = \frac{256}{81} = \left(\frac{16}{9}\right)^2$$

işlemlerine göre (2.1)'deki sonucu elde ederiz:

$$(2.68) \quad \pi \lesssim \left(\frac{16}{9}\right)^2.$$

Diğer taraftan eğer bu değeri Yunanlıların arzusuna göre Mısır birim kesirleriyle elde etmek istersek,

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{10} = \frac{1}{90} \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{1}{9} - \frac{1}{90}$$

ve

$$\frac{1}{16} - \frac{1}{81} = 4 \cdot \frac{1}{81} + \frac{1}{36^2} = 3 \cdot \frac{1}{81} + \frac{1}{81} + \frac{1}{36^2} = \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{36^2} \Rightarrow \frac{1}{16} = \frac{1}{27} + 2 \cdot \frac{1}{81} + \frac{1}{36^2}$$

sonuçlarına göre

$$3 + \frac{1}{10} + \frac{1}{16} = 3 + \frac{1}{9} - \frac{1}{90} + \frac{1}{27} + 2 \cdot \frac{1}{81} + \frac{1}{36^2} = 3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \left(\frac{1}{81} - \frac{1}{90} + \frac{1}{36^2}\right) = 3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \left(\frac{1}{810} + \frac{1}{1296}\right) \gtrsim 3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}$$

yaklaşımından π için şu sonuç geçerli olur:

$$(2.69) \quad \pi \lesssim 3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}.$$

Burada eğer $x = 3$ alırsak bu değer in geometrik bir dizi olarak tam bir kare sayı hatta üssü 4 olan bir sayı olduğunu görürsünüz. Şöyle ki:

$$x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} = x + \frac{1}{x^2} \left(1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right) = x + \frac{1}{x^2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{x}\right)^3}{1 - \frac{1}{x}} = x + \frac{1}{x^4} \cdot \frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{x^6 - x^5 + x^3 - 1}{x^4(x - 1)} = \frac{x^5 + x^2 + x + 1}{x^4}$$

kesrinde payın

$$y^4 := x^5 + x^2 + x + 1 = 3^5 + 3^2 + 3 + 1 = 243 + 9 + 3 + 1 = 256 = 4^4$$

olduğunu göz önüne alır, $\frac{y}{x}$ 'in karesini hesaplar,

$$\left(\frac{y}{x}\right)^4 = \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left(1 + \frac{1}{3}\right)^4 = \left[\left(1 + \frac{1}{3}\right)^2\right]^2 = \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right)^2 = \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9} \pm \frac{2}{9}\right)^2 = \left(2 - \frac{2}{9}\right)^2$$

sonucunu (2.69)'da yerine koyar ve her 2 tarafı $\left(\frac{d}{2}\right)^2$ ile çarparsak,

$$\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \left(3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81}\right) \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(2 - \frac{2}{9}\right)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$$

yaklaşımından (2.2)'deki formülü elde ederiz:

$$(2.70) \quad \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \lesssim \left(d - \frac{d}{9}\right)^2.$$

Not 2.4. Burada

$$(2.71) \quad \left(\frac{4}{3}\right)^4 = \left[\left(\frac{4}{3}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{16}{9}\right)^2 = \left(1\frac{7}{9}\right)^2$$

kare sayısını birim kesirlerle hesaplarken kesir kısmını

$$\frac{7}{9} = \frac{6+1}{9} = \frac{6}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$$

şeklinde göz önüne almalı ve kare alma işlemini bunun üzerinden

$$\begin{aligned} \left(1\frac{7}{9}\right)^2 &= \left(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9}\right)^2 = 1^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{9}\right)^2 + 2.1.\frac{2}{3} + 2.1.\frac{1}{9} + 2.\frac{2}{3}.\frac{1}{9} = 1 + 2.\frac{2}{9} + \frac{1}{81} + 2.\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + \frac{2}{9} + 2.\frac{2}{27} \\ &= 1 + 2.\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) + \frac{1}{81} + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + 2.\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{54}\right) = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{1}{2} + \frac{1}{18} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} \\ &= 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{27} = 2 + 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{81} + \frac{1}{27} = 3 + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} = 3\overline{9\overline{27\overline{81}}} \quad (2.72) \end{aligned}$$

şeklinde yürütmek gerekiyor (Bkz. “[P. Berlin 6619, No. 1](#)”, S. 7).

Burada kare alma işleminde **Ahmes**’in $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}$ kesirleri için birim kesirleri alındı ve şu hesaplar yapıldı (Bkz. “[Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cilt 3](#)”, S. [122](#), [123](#) ve [125](#). **Ahmes** [122. sayfa](#)da $\frac{2}{3}$ ’ü birim kesirlere ayrılışını göstermez ama onun $\overline{2\overline{6}}$ olduğunu biliyoruz. Çünkü $\frac{2}{3}$ ya da **Neugebauer**’in gösterimine göre $\overline{\overline{3}}$ kesri tek başına hiyeroglif ya da hiyeratik olarak yazılabilmekteydi):

$$(2.73) \quad \begin{cases} 2.\frac{2}{3} = 2.\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) = 1 + \frac{1}{3}, \\ \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 2.\frac{2}{9} = 2.\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{9}, \\ 2.\frac{2}{27} = 2.\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{54}\right) = \frac{1}{9} + \frac{1}{27}. \end{cases}$$

Burada hazır “Mısır İşi”nden bahsetmişken belgeseline de kısaca bir değineyim!

Mısırlı İşi: 3. Amenemhat’ın Piramiti’ndeki Soygun!

Bildiğiniz gibi Saray kâtibi **Ahmes**, Rhind Papirüsü’nün [girişinde](#) papirüsteki problemleri Aşağı ve Yukarı Mısır kralı **[Nym]âtre** döneminden kalma eski bir papirüsten kopyalayarak Aşağı ve Yukarı Mısır kralı **Awserre (A-user-ra)** döneminde yazdığını söyler. Yani burada ele aldığım tüm problemler **Nymâtre** döneminde hatta ondan önce de mevcuttu. Fakat **Nymâtre** ve **A-user-ra** isimlerini [Mısır Krallar Listesi](#)’nde bulamazsınız. Çünkü kralların Eski Krallık döneminden sonra birden fazla kraliyet adı vardı. Bu konuda her konuda olduğu gibi şampiyon **2. Ramses** idi: 3 doğum adına karşılık 3 kraliyet adı vardı (Bkz. “[Yeni Krallık’ın kartuş isimleri](#)” ve “[2. Ramses](#)”). Elimizde mevcut olan ilk Mısır Kralları Listeleri **1. Seti** ve oğlu **2. Ramses** tarafından düzenlenmiştir: **1. Seti** Krallar Listesi’ni ilk kral **Narmer**’den kendisine kadar düzenlerken (ki Abydos’taki 1. Seti Tapınağı’nda **I. Seti** kral ve oğlu **II. Ramses** henüz bir genç prens iken **Menes (Narmer)**’den kendisine kadar 76 selefine adak sunarlarken gösteren bir kabartma vardır. Bkz. “[Abydos Kral Listesi](#)”), **2. Ramses** listeyi kendisinden ilk kral **Narmer**’e doğru düzenlemiştir. Fakat her 2 kral da listeyi kralların ilk isimlerine göre değil soy isimlerine göre, örneğin **1. Amenemhat**’tan **6. Amenemhat**’a kadar gibi, düzenlemişlerdi. Bu nedenle **Ahmes**’in verdiği isimler ilk isimler olup doğrudur. Örneğin **3. Amenemhat**’ın ilk piramitindeki [kapak taşı](#)nda (ki bu kapak taşı “[Mısır Müzesi Kahire Turu-Yeni Başlıklarla 4K](#)”da tüm yönleriyle görebilir ve turu sağ alttaki “Ayarlar”dan 4K ve “Altyazılar”a tıklayarak Türkçe olarak izleyebilirsiniz) Horus gözlerinin altındaki ve ortadaki Ra sembolünün sağında Aşağı ve Yukarı Mısır kralı **Nymâtre** yazarken (ki sağdaki kartuşlarda ilki “**Ni-mât-re**” ve ikincisi “**Amenemhat**” olmak üzere **Eisenlohr**, “Ni-mât-re”yi Latince soldan sağa doğru “**Ra-en-mât**” olarak yanlış şekilde verirken onu parantez içinde “[Amenemhat III](#)” ile doğrultur. Aynı okumayı “**A-user-ra**”da “**ra-â-us**” olarak yapar. Benzer bir okumayı **Petrie**’de eski Yunanlılarda olduğu gibi “**Ra-meri**” olarak görebilirsiniz (Bkz. [Günlükte S. 219](#) ve kitapta [106](#)). Bu firavunun adı “**Meryre**”dedir ve **Petrie** onun “**I. Pepi**” olduğunu bilir. Genel olarak firavunların isimlerinin Latince okuma geleneği eski Yunanlıların yanlış okumasından kaynaklanıyordu), solunda **1. Amenemhat**’ın takipçisi olarak **Amenemhat** yazar ve bu isimler alttaki ilk satırda tekrar geçer. Yani **Nymâtre** **3. Amenemhat** iken **A-user-ra** **Apepi**’dir.



Bölüm 2: Eski Mısır'da II

Resim 2.6. 3. Amenemhat'ın 2 piramiti vardır. Biri “[Kara Piramit](#)” ve diğeri “[Hawara Piramiti](#)”dir. Bu piramitlerden ilki göçmüşken ikincisi [koridorları Nil'in suları altında kalarak](#) batmıştır (Bkz. “[Mısır'ın Kayıp Labirentinin Sırları Ortaya Çıktı!](#)”). Her 2 piramitte güvenlik nedeniyle labirent koridorlarıyla ilk piramit olan Basamak Piramiti'ni model alır. Fakat ikincisi 3 Portcullis (Engelleyici) Odası ve 3 kat blok taşlarla örülü bir kasaya dönüştürülen Defin Odası ile adeta tam güvenli bir bankaya dönüştürülmüştü (Bkz. “[Eski Mısır Piramitleri](#)”, S. 94-95). **3. Amenemhat'**ın lahti matruşka gibi bu 3 katlı zırhlı kasanın içinde olması rağmen “[Sobeki](#)” adındaki [takım lideri \(mastermind\)](#) (ortadaki), [taş ustası \(stonemason\)](#) (sol baştaki kişi), [yabancı \(foreigner\)](#) (soldan 2. kişi) ve [mühendis \(engineer\)](#) (sağ baştaki kişi) olmak üzere 4 erkek ve “Sobeka” adındaki [köstebek \(insider\)](#) olan 1 kadın olmak üzere toplamda 5 kişilik bir çete tarafından soyuldu ve kasanın içindeki hazine [çalıntı mal satıcısı \(fence\)](#) tarafından piyasaya okutuldu. **Petrie** bunlardan geriye kalanların izlerini sürdü ve arkeolojik açıdan değerli olan tüm artefaktları toplayarak ileride kurulacak müzesi için Londra'ya götürdü. Hırsı, amacı ve yöntemleri tartışılabilir!

Nat Geo'nun “[Mısırlı İşi](#)” adlı belgeselinin girişinde 1888'de **3. Amenemhat'**ın piramitinin ([Hawara Piramiti](#)) hırsız girişi keşfedilince, **Petrie**'nin tabiriyle, çocuklardan biri **Petrie**'ye (**Graham Gauthier**) haber verir: “*Sir, there's been breakthrough (Efendim, bir gelişme oldu)*”. **Petrie** o sırada çadırında yemek yiyordu ve haberi alır almaz elindeki yiyecekleri bırakıp 100 M koşusundaki gibi büyük bir hızla piramite doğru koşar, piramitin içine Eski Mısır mezar soyguncuların açtığı gedikten girer ve içeride kendisine haber veren çocuğa (İngiliz yardımcısı) “*No one moves any treasure until I say something (Ben bir şey söyleyene kadar kimse hazineyi hareket ettirmiyor)*” der (**Y.N.** Eski Mısır döneminde gerçekleşen bu soygun kusursuz olduğu için belgesel 2003 yapımı “[İtalyan İşi](#)”ne benzetilmiştir. Bana göre bizimkilerin 1975'te çevirdikleri “[Üç Kağıtçılar](#)” filminde onlardan pek bir farkı yok). Bu nedenle **Petrie** bu belgeselde bir mezar soyguncusu gibi gösterilmiştir, dolayısıyla İngilizler **Petrie**'nin “[Korsan](#)” mı yoksa “[Öncü](#)” mü olduğu ikilemi içine girmiştir (ki şu kızın **Petrie** için çıldırdığını görebilirsiniz. Bkz. “[The Lost Labyrinth of Egypt-The Findings](#)”). Bana göre **Petrie**, Eski Mısır Arkeolojisi'nde bir öncüdür. Dolayısıyla belgeselde gösterilen şey, sadece keşif heyecanından kaynaklanan bir spontane andır. Bu konuda **Petrie**'nin Hawara'daki kazılardan elde ettiği bulgular için “[Petrie at Hawara](#)”, “[Petrie's Hawara](#)”, “[Hawara](#)”, “[Petrie's Journals 1887-1888](#)” ve “[Kahun, Gurob And Hawara 1890](#)” adlı kaynaklara ve şu mektuplara bakabilirsiniz: 1. **Adolf Erman**'dan **August Eisenlohr**'a [28.06.1890](#)'da gönderilen 2 sayfalık mektup, 2. **August Eisenlohr**'dan **Adolf Erman**'a [14.07.1890](#)'da gönderilen 4 sayfalık yanıt mektubu (ki **August Eisenlohr** ile **Adolf Erman** arasındaki diğer yazışmalar için [şuraya](#) bakınız). **3. Amenemhat'**ın 2. piramiti **Petrie**'nin bulgularına göre ortaya çıkarılan “*Büyük Soygun Hikayesi (The Egyptian Job)*”ne göre yukarıdaki resimdeki çete tarafından soyuldu. Bu çetede “**yabancı**” olarak nitelendirilen kişi bir Asyalı, muhtemelen Suriyeli idi ve yolunu bulmak için çeteye katılmış idi. Eski Mısır'da bu tür kişilere “**vatansız**” diyorlardı. Örneğin kâtip **Ahmes** döneminde Mısır'a dışarıdan gelen yabancıların sayısı artmış ve Mısır tamamen yabancıların işgaline uğramıştı, dolayısıyla bu döneme “[Hiksos Hanedanlığı](#)” denildi. Mısırlılar, Mısır'ın kuzeydoğusundaki Sina yarımadası üzerinden gelen Suriyelileri (Arap ve Yahudi) ve Asya'dan gelenleri yabancı barbarlar olarak görüyorlardı, çünkü hırsızlık ve yağmacılık yapıyorlardı. İşte bu nedenle Mısırlılar, Sina yarımadası üzerinden gelen ve Mısır'ın bazı şehirlerini işgal eden bu krallara “**HİK-SOS: Yabancı Kral**” diyorlardı. Burada “SOS”un “SUS” şeklinde telaffuz edilmesi (ki bu telaffuz özellikle Türkçede gayet doğru görünür) ve “SUS: Suriyeli-Hırsız” anlamında kullanılmış olması oldukça dikkat çekicidir.

Bilindiği üzere firavunlar kişisel hazineleri ile birlikte gömülürlerdi. En çok korktukları şey, hırsızların mezarlarını soymasıydı. Çünkü öldükten sonra dirileceklerine inandıkları ve bu hazineleri kullanarak yeni hayatlarına başlayacaklarını düşündükleri yani [ahiret](#) hayatları için mezarlarını güvende tutmaya büyük önem veriyorlardı. Diğer taraftan devasa piramitler zengin firavunların mezarları oldukları kadar, altlarında yatmakta bulunan gömülü büyük bir hazineyi de işaret eden birer tabela gibi adeta “**gelin, beni soyun!**” diye bağırır bir halleri vardı. İşte **3. Amenemhat** böyle bir ortamda öldü ve mumyası hazinesiyle birlikte 2. piramitindeki Defin Odası'na konulduktan 220 gün sonra, Sobek festivalinde yukarıdaki resimdeki çete tarafından akıllara durgunluk veren bir yöntemle soyuldu. Çete firavunun hazinesini ve mumyasını da yakarak üzerindeki tüm ziynetlerini ve değersiz olan tüm kap kacaklarını da aldı (ki toplam yük 2 eşekti) hatta artık yenilmesi mümkün olmayan yiyeceklerine bile dadandı. Fakat firavunların mezarlarını soymak Eski Mısır'da hiç affedilmeyen bir davranış idi. Özellikle **2. Ramses** döneminde bu tür davranışlarda bulunanlar yakalandıkları zaman ya oldukları yerde mızrakla infaz ediliyordu ya kazığa oturtulup ateşe veriliyordu ya da karınları kesici bir aletle yarılıyordu. Bunların arasında [Maide 33](#)'teki “**çapraz olarak el ve ayak kesme**” cezası da vardı.

Yunan İşi. Bana göre π için Antik Dünya'nın bu 2 süper gücü aralarında bir iş birliği yaptılar ve Eski Babilliler (1.10)'daki $3\frac{1}{8} = 3;7,30 \lesssim \pi$ değerini kullanırlarken Eski Mısırlılar da (2.1)'deki $\pi \lesssim \left(\frac{16}{9}\right)^2$ değerini kullandılar ve her 2 değer de birer düzgün sayılar olduklarından Eski Babilonya'da ve ilk değer de birim kesirler cinsinden yazılmış olduğu için Eski Mısır'da kullanımı müsait idi. Bu çifte kullanıma ilişkin elimizde henüz bir kayıt yok ve bunun nedeninin kullandıkları yöntemlerden kaynaklandığını düşünüyorum. Çünkü Babil π 'siyle Mısır'a gittiğimizi düşünelim ve orada dairenin alanı karenin alanıyla bilindiği için

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \gtrapprox \frac{25}{8} \left(\frac{d}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{A}{2} \gtrapprox \frac{25}{16} \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{4} \cdot \frac{d}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{8} \cdot d\right)^2 = \left(d - \frac{3d}{8}\right)^2$$

yaklaşımına göre şunu kullanmamız gerekirdi:

$$(2.74) \quad \frac{A}{2} \gtrapprox \left(d - \frac{3d}{8}\right)^2.$$

Ya da Mısır π 'siyle Babil'e gidersek orada da $\left(\frac{16}{9}\right)^2 = 3;9,37,46,40$ düzgün sayısı için

$$A = \frac{\zeta^2}{4\pi} \gtrapprox \frac{\zeta^2}{4 \times 3;9,37,46,40} = \frac{\zeta^2}{12;38,31,6,40} = 0;4,44,45,56,15\zeta^2$$

yaklaşımına göre bu sefer şunu kullanmamız gerekecekti:

$$(2.75) \quad A \gtrapprox 0;4,44,45,56,15\zeta^2.$$

Bu formüller güzel görünür ama uygulamaya geçildiğinde hesapta ne kadar zorluk meydana getirdiğini görebilirsiniz. Örneğin ilkinde dairenin çapını hesapta kolaylık olması için 8 Khet almanız gerekirdi. Çünkü eğer çapı 9 Khet alırsanız (2.74)'e göre kare alma işlemine göre

$$\begin{aligned} \left(d - \frac{3d}{8}\right)^2 &= \left(9 - \frac{3 \cdot 9}{8}\right)^2 = \left(9 - 3\left(\frac{8}{8} + \frac{1}{8}\right)\right)^2 = \left(9 - 3 - 3 \cdot \frac{1}{8}\right)^2 = \left(6 - 3 \cdot \frac{1}{8}\right)^2 = \left(5 + 5 \cdot \frac{1}{8}\right)^2 = \left(5 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8}\right)^2 = \left(5 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right)^2 \\ &= 5^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2 + 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot 5 \cdot \frac{1}{8} + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{8} = 25 + \frac{1}{4} + \frac{1}{64} + 5 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 31 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} \end{aligned}$$

Bölüm 2: Eski Mısır'da II

sonucunu ve bunun da 2 katını alırsak

$$\frac{A}{2} \geq 31 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} \Rightarrow \frac{A}{2} \geq 2.31 + 2. \frac{1}{2} + 2. \frac{1}{8} + 2. \frac{1}{64} = 62 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} = 63 + \frac{1}{4} + \frac{1}{32}$$

işlemine göre dairenin alanı için şu sonucu bulmuş olurduk:

$$(2.76) \quad A \geq 63 + \frac{1}{4} + \frac{1}{32}.$$

Eğer [YBC 7302](#)'ye göre dairenin çapını 3 Nindan olarak alırsak (2.75)'e göre

$$A \geq 0; 4,44,45,56,15\check{2} = 0; 4,44,45,56,15 \times 3^2 = 0; 4,44,45,56,15 \times 9 = 0; 42,42,53,26,15$$

işleminde dairenin alanını 0;45 Šar yerine şunu bulmuş olurduk:

$$(2.77) \quad A \geq 0; 42,42,53,26,15.$$

Bu sonuçlara göre hesapların Babil tarafında daha feci olduğu görülüyor. Fakat işin sırrı burada yatar. Çünkü (2.76)'daki değer ile [Problem 50](#)'deki 64 Setat'ın aritmetik ortalamasını alırsak,

$$63 + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} \leq A \leq 64 \Rightarrow A \leq \frac{63 + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + 64}{2} = 63 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{64} \quad (2.78)$$

ve (2.78)'teki ile [YBC 7302](#)'deki 0;45 Šar'ın aritmetik ortalamasını alırsak,

$$0; 42,42,53,26,15 \leq A \leq 0; 45 \Rightarrow A \leq \frac{0; 42,42,53,26,15 + 0; 45}{2} = \frac{1; 27,42,53,26,15}{2} = 0; 43,51,26,43,7,30 \quad (2.79)$$

olarak her 2 sonucun gerçek değerleriyle 1 ondalık doğru olduğunu görürsünüz!

Buraya kadar olanlar tüm matematikçiler ve matematik tarihçileri için bir sorun teşkil etmez ama Babil π 'si ve Mısır π 'sinin aritmetik ortalamasını alırsak M.Ö. 3. yy.'da **Arşimet** ve M.S. 5. yy.'da **Eutokios**'un bile ulaşamadıkları şu sonuç ciddi bir sorun teşkil eder (26.08.2017, 18:00):

$$(2.80) \quad 96 \tan\left(\frac{\pi}{96}\right) \leq \frac{3\frac{1}{8} + \left(\frac{16}{9}\right)^2}{2} = 3.1427\textcolor{red}{46913} \dots \lesssim 3\frac{1}{7}.$$

İşte bu sonuç π için düzgün teğetler 96-geniyle elde edilen gerçek değeriyle 4 ondalıkla aynı olup **Arşimet**'inki ondan biraz fazladır. Acaba **Arşimet**, İskenderiye Kütüphanesi'ndeyken bu sonuç nedeniyle mi "[Daire Çevresi Ölçmesi Hakkında](#)" adlı çalışmasına başladı ve bu çalışmanın sonucunda [Önerme 3](#)'ün sonunda $3\frac{1}{7}$ değerini verdi? Herhalde İsveçli matematik tarihçisi **Jöran Friberg** bu sonucu bilseydi, 2005'te çıkardığı "[Eski Mısır ve Eski Babilonya Matematikleri Arasındaki Beklenmedik Bağlantılar](#)" kitabına büyük bir zevkle ekler ve büyük bir gururla övünürdü!

Not 2.5 (Arşimet'ten haber var!). Çok ilginçtir, 19.07.2004, 20:13:31 kayıtlı bir Mathematica sayfasında düzgün 8-genler yerine 12-genlerin aritmetik ortalamasını alarak şu yaklaşımı keşfetmiştim:

$$(2.81) \quad \left(\frac{16}{9}\right)^2 \lesssim \frac{a_{12} + b_{12}}{2}.$$

Çünkü bu aritmetik ortalama **Arşimet**'in [Önerme 3](#)'ündeki

$$(2.82) \quad \begin{cases} \frac{591\frac{1}{8}}{153} \lesssim \left(\frac{a_{12}}{12}\right)^{-1} \lesssim \frac{3013\frac{3}{4}}{780}, \\ \frac{571}{153} \lesssim \left(\frac{b_{12}}{12}\right)^{-1} \lesssim \frac{2911}{780} \end{cases}$$

yaklaşık kesirlerini kullanırsak (2.1)'deki değere şu şekilde yaklaşmış oluruz (ki aşağıda (2.1)'deki Mısır π 'sinin düzgün 12-genlerin çevrelerine ait alt sınırların aritmetik ortalamasına çok yakın olduğu sonucu çıkar):

$$(2.83) \quad 24. \frac{240}{1823} \lesssim b_{24} \lesssim \left(\frac{16}{9}\right)^2 \lesssim 12. \frac{\frac{780}{2911} + \frac{780}{3013\frac{3}{4}}}{2} \lesssim \frac{a_{12} + b_{12}}{2} \lesssim 12. \frac{\frac{153}{571} + \frac{153}{591\frac{1}{8}}}{2}.$$

3. Yaklaşım Metodu. Bu metotta Teorem 1.1'in alanlardaki karşılığı olan şu teorem geçerlidir:

Teorem 2.1 (04.12.2023, 03:59:46). $\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için r yarıçaplı dairenin alanı $A = \pi r^2$ olup içine ve dışına çizilen $3 \cdot 2^n$ -genler ile 2^{n+2} -genlerin alanları sırasıyla $a_{3 \cdot 2^n} = 3 \cdot 2^{n-1} \sin \frac{\pi}{3 \cdot 2^{n-1}} r^2$ ve $A_{3 \cdot 2^n} = 3 \cdot 2^n \tan \frac{\pi}{3 \cdot 2^n} r^2$ ile $a_{2^{n+2}} = 2^{n+1} \sin \frac{\pi}{2^{n+1}} r^2$ ve $A_{2^{n+2}} = 2^{n+2} \tan \frac{\pi}{2^{n+2}} r^2$ olmak üzere şu sıkıştırma teoremi geçerli olur (Bkz. [DPTAlbüm-eBook1: Düzgün Çokgenler ile 1. Nesil Ters Transandantal Fonksiyonlar Ver. 2](#), Arşimet'in Metodu, S. 1-6):

$$(2.84) \quad \frac{a_{2^{n+2}}}{a_{3 \cdot 2^n}} \lesssim A \lesssim \frac{A_{2^{n+2}}}{A_{3 \cdot 2^n}}.$$

Bölüm 2: Eski Mısır’da II

Bu, Teorem 1.1’in alanlardaki karşılığıdır! Buna göre

$$(2.85) \quad \frac{a_8^2}{a_6} < \frac{a_{16}^2}{a_{12}} < \frac{a_{32}^2}{a_{24}} < \dots < \frac{a_{2^{n+2}}^2}{a_{3 \cdot 2^n}} < \dots < A < \dots < \frac{A_{2^{n+2}}^2}{A_{3 \cdot 2^n}} < \dots < \frac{A_{32}^2}{A_{24}} < \frac{A_{16}^2}{A_{12}} < \frac{A_8^2}{A_6}$$

sıralaması geçerli olur ve limitte dairenin A alanına

$$(2.86) \quad \frac{a_{2^{n+2}}^2}{a_{3 \cdot 2^n}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} A \xleftarrow{\infty \leftarrow n} \frac{A_{2^{n+2}}^2}{A_{3 \cdot 2^n}}$$

şeklinde yakınsarlar!

Şu halde bu limitlere göre şu tabloyu verebiliriz:

Π İçin (2.84)’teki Sınırların Değerleri		
n	$\frac{a_{2^{n+2}}^2}{a_{3 \cdot 2^n}}$	$\frac{A_{2^{n+2}}^2}{A_{3 \cdot 2^n}}$
1	3.079201435678004077...	3.1698446628296072980...
2	3.1241943340101597397...	3.1501398833686745202...
3	3.1371402861459412858...	3.1438098004672649510...
4	3.1404732727769377001...	3.1421517862085428649...
5	3.1413124173816655366...	3.1417327369411489057...
6	3.1415225701318328689...	3.1416276931484303335...
7	3.1415751312004298530...	3.1416014146488550599...
8	3.1415882728971555772...	3.1415948439276362422...
9	3.1415915584106778935...	3.1415932011788211782...
10	3.1415923797946421585...	3.1415927904873356702...
11	3.1415925851409822032...	3.1415926878141966867...
12	3.1415926364775890255...	3.1415926621458952155...
13	3.1415926493117420943...	3.141592657288188024...
14	3.1415926525202804467...	3.1415926541245496338...
15	3.1415926533224150401...	3.1415926537234823375...
16	3.1415926535229486888...	3.1415926536232155132...
17	3.1415926535730821010...	3.1415926535981488071...
18	3.1415926535856154541...	3.1415926535918821306...
19	3.1415926535887487923...	3.1415926535903154615...
20	3.1415926535895321269...	3.1415926535899237942...

Tablo 2.3. π için r yarıçaplı dairenin içine ve dışına çizilen düzgün $3 \cdot 2^n$ -genler ile 2^{n+2} -genlerin alanlarının (2.84)’teki oranlarından elde edilen sonuçlar. Yine bu oranlardan elde edilen sonuçlar, oranlardaki düzgün çokgenlerin alanlarına daha baştan fark atıyor ama n değeri artıkça bu fark yavaş yavaş kapanmaya başlıyor!

Bu tablodan gördüğünüz üzere $n = 1$ için Şekil 2.11’deki EFCG karesinin K alanı π ’nin üst sınırından elde edilebilir, dolayısıyla şu yaklaşım söz konusu olur:

$$(2.87) \quad K \lesssim \frac{A_8^2}{A_6}.$$

Şu halde bu yaklaşıma göre,

$$\begin{aligned} \frac{64}{81} d^2 &= \left(\frac{8d}{9}\right)^2 = \left(d - \frac{d}{9}\right)^2 = K \lesssim \frac{A_8^2}{A_6} = \frac{[2(\sqrt{2}-1)d^2]^2}{\frac{\sqrt{3}}{2}d^2} = \frac{4(3-2\sqrt{2})d^4}{\frac{\sqrt{3}}{2}d^2} = \frac{8(3-2\sqrt{2})d^2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{64}{81} \lesssim \frac{8(3-2\sqrt{2})}{\sqrt{3}} \\ \Rightarrow \frac{4096}{6561} &= \left(\frac{64}{81}\right)^2 \lesssim \frac{[8(3-2\sqrt{2})]^2}{3} = \frac{64(17-12\sqrt{2})}{3} \Rightarrow \sqrt{2} \lesssim \frac{17 - \frac{3}{64} \cdot \frac{4096}{6561}}{12} = \frac{17 - \frac{64}{2187}}{12} = \frac{37115}{26244} = 1 \frac{10871}{26244} \end{aligned}$$

işlemlerinden

$$(2.88) \quad \sqrt{2} \lesssim 1 \frac{10871}{26244} = 1.4142\mathbf{280140222527053 \dots}$$

(ki bu değer (2.20)’deki üst sınıra yakın olması oldukça dikkat çekicidir) ve

$$\frac{64}{81} \lesssim \frac{8(3-2\sqrt{2})}{\sqrt{3}} = \frac{8\left(3 - 2 \cdot 1 \frac{10871}{26244}\right)}{\sqrt{3}} = \frac{8 \cdot \frac{2251}{13122}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3} \lesssim \frac{81}{8} \cdot \frac{2251}{13122} = \frac{2251}{1296} = 1 \frac{955}{1296}$$

işlemlerinden de

$$(2.89) \quad \sqrt{3} \lesssim 1 \frac{955}{1296} = 1.73\mathbf{68827160493827160 \dots}$$

yaklaşık değerleri elde edilir.

Diğer taraftan (2.51) ile (2.87)'yi birleştirirsek,

$$(2.90) \quad K \lesssim A_4 - \frac{A_8}{4} \lesssim \frac{A_8^2}{A_6}$$

sonucu çıkar ki ilk yaklaşım metodu hem bu yaklaşım nedeniyle hem de $\sqrt{2}$ ve $\sqrt{3}$ 'e (2.88)&(2.89)'dakine yakın değerlerin seçilmesinden dolayı 3. yaklaşım metodundan daha uygun görünür!

4. Yaklaşım Metodu (Önerme 1). Öncelikle şunu belirtmeliyim ki, *Arşimet*'in [Önerme 1](#)'in ispatında kullandığı (1.21)&(1.22)'deki yaklaşımlar π 'nin bulunması için değildir; tüketme metoduna göre K ile gösterilen dairenin alanının bulunmasına ilişkindir. Fakat K için yapılan bu kesinleştirme işlemi ister istemez π 'nin değerini sorgulamaya, dolayısıyla kesinleştirmeye dönüşür. Yani [Önerme 1](#)'deki ispat [Önerme 3](#) için bir alıştırmaya dönüşür.

Şu halde (1.21)&(1.22)'yi genelleştirirsek dairenin içine çizilen düzgün 2^n -genlere göre $0 < d_n = A - a_{2^n}$ için

$$(2.91) \quad \begin{cases} d_{n+1} < \frac{d_n}{m}, & m = 2, 3, \dots \\ \frac{d_n}{m} < d_{n+1}, & m = 4, 5, \dots \end{cases}$$

ve dışına çizilen düzgün 2^n -genlere göre $0 < D_n = A_{2^n} - A$ için

$$(2.92) \quad \begin{cases} D_{n+1} < \frac{D_n}{m}, & m = 2, 3, 4, \dots \\ \frac{D_n}{m} < D_{n+1}, & m = 5, 6, \dots \end{cases}$$

eşitsizlikleri geçerli olur (18.5.2024, 06:17:38). Buna göre *Arşimet*'in [Önerme 1](#)'in ispatında $m = 2$ için bu eşitsizlikleri kullandığı ve $m = 3$ için de aynı ispatı yapabileceği sonucu çıkar. Burada sorun, $m = 2$ için örneğin [Önerme 1](#)'in [II. kısmı](#)nda (1.22), dolayısıyla (1.18)'i almış olmasıdır ki Şekil 1.3'e bakıldığında, hiç hesap yapmadan, $B < C$ ve $\frac{C}{2} < B$ eşitsizlikleri açık bir şekilde görülmektedir. Oysa $\frac{C}{2} < B$ yaklaşımı yerine biraz spesifik yaklaşım olarak $m = 3$ tercih edilebilirdi (ki $m = 4$ kritik değer olduğundan dikkat edilmelidir. Ama maksimum (kuadratik) yakınsama bu değerde olur).



Resim 2.7. *Arşimet*, Jusepe de Ribera, 1630.

Şimdi biz $m = 5$ için hesap yapalım. (2.91) ve (2.92)'de $m = 5$ ve $n = 2$ için

$$\frac{A - a_4}{5} = \frac{d_2}{5} < d_3 = A - a_8 \Rightarrow \frac{5a_8 - a_4}{4} < A \Rightarrow \frac{5a_8 - a_4}{4} < A < \frac{5A_8 - A_4}{4}$$

$$\frac{A_4 - A}{5} = \frac{D_2}{5} < D_3 = A_8 - A \Rightarrow A < \frac{5A_8 - A_4}{4}$$

olduğundan dairenin A alanı için şu çifte eşitsizlik geçerli olur:

$$(2.93) \quad \frac{5a_8 - a_4}{4} < A < \frac{5A_8 - A_4}{4}.$$

O halde d çaplı dairenin içindeki düzgün çokgenlerin alanları için $a_4 = 2\sin\frac{\pi}{2}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{d^2}{2}$, $a_8 = 4\sin\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}d^2$ ve dışındaki düzgün çokgenlerin alanları için $A_4 = 4\tan\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = d^2$, $A_8 = 8\tan\frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = 2(\sqrt{2} - 1)d^2$ değerlerini yerlerine konur ve gerekli düzenlemeleri yaparsak π için şu çifte eşitsizlik geçerli olur:

$$(2.94) \quad 3.035533905 \dots = \frac{5\sqrt{2} - 1}{2} < \pi < 10\sqrt{2} - 11 = 3.142135623 \dots < 3\frac{1}{7}.$$

Burada π 'nin üst sınırından [Önerme 3](#)'teki üst sınır elde edilir!

Diğer taraftan bu çifte eşitsizlikteki alt sınırı da üst sınır gibi yapmak istersek $a_8 = 4\sin\frac{\pi}{4}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}d^2$, $a_{16} = 8\sin\frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \sqrt{2 - \sqrt{2}}d^2$ için π için tam sıkıştırma teoremi geçerli olur (ki ilk n değerlerinde sapma olması normaldir. Ama n değeri arttıkça tam sıkıştırma teoreminin yani π 'ye alttan ve üstten eş yaklaşımların geçerli (aynı sayıda basamakların doğru) olduğu görülecektir):

$$(2.95) \quad 3.119727542 \dots = 5\sqrt{2 - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2} < \pi < 10\sqrt{2} - 11 = 3.142135623 \dots$$

Burada sorulması gereken sorular şunlardır:

- (2.1) ya da (2.2) nasıl elde edilir? Bunları (2.92)'den elde etmek mümkündür. Örneğin (2.95)'teki üst sınırdan $\sqrt{2}$ 'de kaba bir yaklaşımla bu sonuçları elde etmek son derece kolaydır.
- Arşimet* π için [Önerme 3](#) yerine neden bu yöntemi kullanmadı? Çünkü (2.91)&(2.92) (düzensiz) bir lineer ekstrapolasyon gibi değerler üretirler.
- Arşimet* [Önerme 1](#)'in ispatının 2. kısmında RMP 50'yi mi çözmeye çalışmıştı? Çünkü (2.65)'teki oranlar *Arşimet*'in yalnızca Problem 50 ile değil, Problem 48 ile de ilgilendiğini gösteriyor! Burada [Önerme 1](#)'in (3.11)(3.12)'ye göre MMP 10'dan elde edilmiş olduğunu unutmayınız!

§ 3. Moskova Matematik Papirüsü Problem 10

Öncelikle **Struve**'nin [MMP 10 Problemi](#)'ndeki Almanca çevirisine S. 33'den bir bakalım (Bkz. [Papirüsteki MMP 10](#). Problem papirüste hiyeratik olarak yazılmış ve altına hiyeroglif olarak çıkartılmıştır. Bu problem ne yazık ki matematikçi bir turist tarafından alınan [Problem 14](#)'teki gibi sergilenmiyor. Bununla birlikte MMP 10'nun tanıtımına S. 92-93'den ve kapsamlı bir kritizesine "[Belge IV.2 İçin Notlar](#)"ındaki S. 231-234'den bakabilirsiniz):



Resim 3.1. [Vasily Vasilievich Struve \(1889-1965\)](#). [Struve ailesi](#)nden bir Sovyet oryantalistti ve Eski Yakın Doğu tarihi üzerine çalışan Sovyet bilimsel araştırmacılar okulunun kurucusuydu. Yaşamı boyunca yaklaşık 400 bilimsel eser kaleme aldı. **Boris Turaev** ile birlikte "*Moskova Matematik Papirüsü (MMP)*" üzerinde çalıştı ve metnin "*Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A-Band 1 (1930)*"de yayına hazırlanmasında **Neugebauer** yardımcı oldu (Bkz. "[Otto E. Neugebauer 1899-1900](#)", S. 5).

1. Bir sepet üzerinde hesaplama örneği ($\overline{\text{nb.t}}$) (Form der Berechnung eines Korbes).
 2. Eğer sana birisi derse: "Bir sepet ağız açıklığı ($tp.r$) (wenn man dir nennt einen Korb mit einer Mündung),
 3. $4\frac{1}{2}$ (Khet) olan iyi durumda (şekli bozulmamış) ($\overline{\text{d}}$)" (zu $4\frac{1}{2}$ in Erhaltung).
 4. Yüzeyini (yani yüzey alanını) bana söyle! (O lass du mich wissen seine (Ober)fläche!)
 5. (İlkin) 9'un $\frac{1}{9}$ 'unu al (Berechne du $\frac{1}{9}$ von 9), sepet
 6. bir yumurtanın yarısıdır (? *inr* ?) (weil ja der Korb die Hälfte eines Eies ist), sonuç 1 (Es entsteht 1).
 7. Kalanı, yani 8'i (Khet) al (Berechne du den Rest als 8).
 8. 8'in $\frac{1}{9}$ 'unu al (Berechne du $\frac{1}{9}$ von 8),
 9. sonuç $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ (Es entsteht $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$).
 10. Kalanı, yani 8'den
 11. $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ 'i çıkardıktan sonra al (Berechne du den Rest von dieser 8 nach diesen $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$), sonuç $7\frac{1}{9}$ (Khet) (Es entsteht $7\frac{1}{9}$).
 12. $7\frac{1}{9}$ (Khet)'i $4\frac{1}{2}$ (Khet) ile çarp (Rechne du mit $7\frac{1}{9}$, $4\frac{1}{2}$ mal),
 13. sonuç 32 (Setat) (Es entsteht 32). İşte, bu onun (yüzey) alanıdır (Siehe, es ist seine (Ober)fläche).
 14. Onu doğru buldun! (Du hast richtig gefunden)
- Şu halde bu problemi kısaca şöyle verebiliriz:

MMP 10. "Sana birisi, 'ağız açık ve $4\frac{1}{2}$ (Khet) olan bir sepet'i söylerse, bana (yüzey) alanını söyle!"

Çözüm. Şimdi hiçbir yorumda bulunmadan, problemin **Struve**'nin yukarıdaki çevirisine göre [Problem 50](#)'deki gibi çözümünü vereyim!

1. Sepet üzerindeki hesaplar şöyledir:
- 2-4. Sana ağız açık ve ağız (çapı) $d = 4\frac{1}{2}$ Khet olan (örneğin **Khafre**'nin piramitindeki ilk azalan pasaj ağızının $6\frac{3}{14}$ RC olması gibi) bir sepet verilirse bana yüzey alanını söyle!
- 5-6. Papirüste $9 \times \overline{9} = 1$ iken modern matematikte $\frac{2d}{9} = 9 \text{ Khet} \times \frac{1}{9} = 1 \text{ Khet}$,
- 7-. Papirüste $9 - 1 = 8$ iken modern matematikte $2d - \frac{2d}{9} = 9 \text{ Khet} - 1 \text{ Khet} = 8 \text{ Khet}$,
- 8-9. Papirüste $8 \times \overline{9} = 8 \times \frac{1}{9} = \overline{3} \overline{6} \overline{18}$ iken modern matematikte $1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ dir.

Bu hesapta $\frac{8}{9} = \frac{6+2}{9} = \frac{6}{9} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \overline{3} \overline{6} \overline{18}$ sonucu nedeniyle **Ahmes**'in $\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \overline{6} \overline{18}$ açılımı kullanılmıştır (Bkz. S. [123](#)).

- 10-11. $8 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = 5 + \frac{1}{3} + \frac{5}{6} + \frac{17}{18} = 5 + \frac{1}{3} + \frac{3+2}{6} + \frac{9+8}{18} = 5 + \frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{9}{18} + \frac{8}{18} = 5 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{4}{9} = 6 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} = 6 + \frac{2}{3} + 2 \cdot \frac{2}{9} = 6 + \frac{2}{3} + 2 \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = 6 + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = 7 + \frac{1}{9} \text{ Khet}.$

Not 3.1. Kâtip 8-9 ve 10-11'deki hesapları $8 \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) = 8 \cdot 1 - 8 \cdot \frac{1}{9}$ dağılma özelliğine göre yapmıştır. Fakat bu hesabı daha kolay şekilde şöyle de yapabiliriz:

- 8-11. $\left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) = \left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \frac{8}{9} = 8 \text{ Khet} \cdot \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}\right) = 7\frac{1}{9} \text{ Khet}.$
12. Papirüste $4\frac{1}{2} \text{ Khet} \times 7\frac{1}{9} \text{ Khet} = 32 \text{ Setat}$ iken modern matematikte $\left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(d - \frac{d}{9}\right) = d \cdot \left[\left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right)\right] = 4\frac{1}{2} \text{ Khet} \cdot 7\frac{1}{9} \text{ Khet} = 32 \text{ Setat}.$
- 13-14. Onu doğru buldunuz, işte bu onun yüzey alanıdır!

Burada sorulması gereken soru şudur: Kâtip neden 2. çarpanı 8-11'e kadar bu şekilde buldu da $d - \frac{d}{9}$ a göre hesaplamadı?

Çünkü bu durumda

$$(3.1) \quad d - \frac{d}{9} = 4\bar{2} - \frac{4\bar{2}}{9} = 4\bar{2} - 4\bar{2}.\bar{9} = 4\bar{2} - (4.\bar{9} + \bar{2}.\bar{9}) = 4\bar{2} - (2.\bar{9} + \bar{18}) = 4\bar{2} - (2.\bar{6}\bar{18} + \bar{18}) = 4\bar{2} - (3.\bar{9} + \bar{18}) = 4\bar{2} - 3.\bar{9}\bar{18} = 4\bar{2} - \bar{2} = 4 \text{ Khet}$$

2. çarpanına göre (ki burada yine *Ahmes*’in $\bar{9} = 2.\bar{9} = \frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \bar{6}\bar{18}$ açılımını kullandık) sepetin alanını daha kolay hesaplamış olurduk:

$$(3.2) \quad \left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(d - \frac{d}{9}\right) = 8 \text{ Khet} \cdot 4 \text{ Khet} = 32 \text{ Setat}.$$

Demek ki ortada ahret inancı nedeniyle bir hesap, dolayısıyla formüller var ve kâtip de o formüllere göre hesap yapıyordu. Çünkü eski Mısır dininde “[ahret inancı](#)” ve öteki dünyada “[hesap verme](#)” vardı ve bunlar tüm yaşamı kuşatıyordu. Bunun bir yansımasını bu hesapta şöyle görüyoruz: Kâtip, 2-11’deki hesapları

$$(3.3) \quad \frac{\zeta}{2} = \left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right)$$

ve 12’deki hesabı

$$(3.4) \quad B = \underbrace{\frac{\zeta}{2} \cdot d}_{\text{Dikdörtgende}} = \underbrace{\frac{\zeta \cdot d}{2}}_{\text{Dik Üçgende}}$$

formüllerine göre yapar (29.01.2024, 00:00). Burada *Friberg*’in *Struve*’nin çözümüne göre [79. sayfa](#)da verdiği formülün hatalı olduğuna dikkat ediniz!

Buna göre şu sonuçlar çıkar:



Resim 3.2. Size çeşitli makalelerimde *Neugebauer*’in gençlik ve yaşlılık fotoğraflarını, hem de renkli olarak, çok verdim ama 6.4.1946 tarihli “3000 Yıl Sonra Yıldız Gözlemciliği. Brown Akademisyeni (*Neugebauer*), antik bilim insanların teorilerine ışık tutmak için Babil ve Yunan Kaynaklarının Şifresini Çözüyor!” haberindeki fotoğrafını ilk kez görüyorsunuz (Bkz. [Doğal Renkler](#) ve [Retro Mavi](#)). Bu gazete sayfası Amerikalılar tarafından bir cam çerçeveye içine alınarak muhafaza edilmiştir, “*Otto Neugebauer (1899-1900): From Antiquity to the Renaissance*”. Fotoğraf *Neugebauer*’in önündeki bir papirüsün okurken çekilmiştir.

1. Bu formüllerden (3.3)’teki ζ çevre formülü daha önceden hiçbir Mısır papirüsünde görülmedi ve bu nedenle MMP 10 ilk ve tek örnek olarak karşımıza çıkar! Şu farkla ki, *Arşimet*’in yaşadığı M.Ö. 3. yy.’a tarihlenen [Demotik Matematiksel Papirüs](#)’ünde (DMP) dairenin çevresi *Neugebauer*’in (1.1)’de verdiği formüle göre çapın 3 katı olarak hesaplanmaya, dolayısıyla alanı da (1.1)’e göre hesaplanmaya başlandı! (Y.N. Yine bu kitabı üye olup 1 saatliğine [ödünç](#) alabilir ve kitaptaki problemlerin orijinallerine Britanya Müzesi’ndeki “[Demotic Mathematical Papyri](#)”den ulaşabilirsiniz. Kitap Meretseger Books’ta [M1640c](#) ve [M1640f](#) öğeler olarak 180 \$ ve 175 \$’a halen satışa açıktır).

Bu hesaplamalar *Friberg*’in “*Eski Mısır ve Eski Babilonya Matematikleri Arasındaki Beklenmedik Bağlantılar*” kitabının 123. sayfasında anlattığına göre şu şekilde yapılmaktadır: Dairenin çapı d ve çevresi ζ olmak üzere

$$(3.5) \quad \zeta = 3d$$

formülünden dairenin çevresi hesaplanmaktadır.

Diğer taraftan dairenin d çapı A alanına göre, (1.1)’de (3.5)’teki ζ çevresi yerine konularak,

$$A = 0; 5\zeta^2 = \frac{5}{60} \cdot (3d)^2 = \frac{9d^2}{12} = \frac{3d^2}{4} \Rightarrow 4A = 3d^2 \Rightarrow d^2 = \frac{4A}{3} = A + \frac{A}{3} \Rightarrow d = \sqrt{A + \frac{A}{3}}$$

eşitliklerinden

$$(3.6) \quad d = \sqrt{A + \frac{A}{3}}$$

ve A alanı, yine (1.1)’de (3.5)’teki ζ çevresi yerine konularak,

$$A = 0; 5\zeta^2 = \frac{5}{60} \cdot (3d)^2 = \frac{9d^2}{12} = \frac{3}{4}d^2 = \left(1 - \frac{1}{4}\right)d^2 \Rightarrow A = \left(1 - \frac{1}{4}\right)d^2$$

eşitliklerinden

$$(3.7) A = \left(1 - \frac{1}{4}\right) d^2$$

formülleriyle hesaplanmaktadır.

Demek ki **Arşimet**'in yaşadığı dönemdeki Mısırlılar, dairenin alanı için Eski Mısır Krallığı Dönemi'nde uygulamaya konan Problem 50'deki (2.2)'de verilen kuralı terk etmişler ve onun yerine Eski Babil Dönemi'ndeki kuralı ikame etmişler. Bu konuda **Friberg 123. sayfa**nın sonunda şunları söyler: “Sonuç olarak, M.Ö. 1. binyılın 2. yarısında Mısırlılar bir dairenin çevresini hesaplamak için çapın 3 katı olarak Babil kuralını benimsemişlerdi. Ayrıca, bir dairenin alanının hesaplanması için $A = 0; 5\text{Ç}^2$ ile (ki $0; 5 = \frac{1}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4}$) özdeş olan Babil kuralını benimsemişlerdi.”

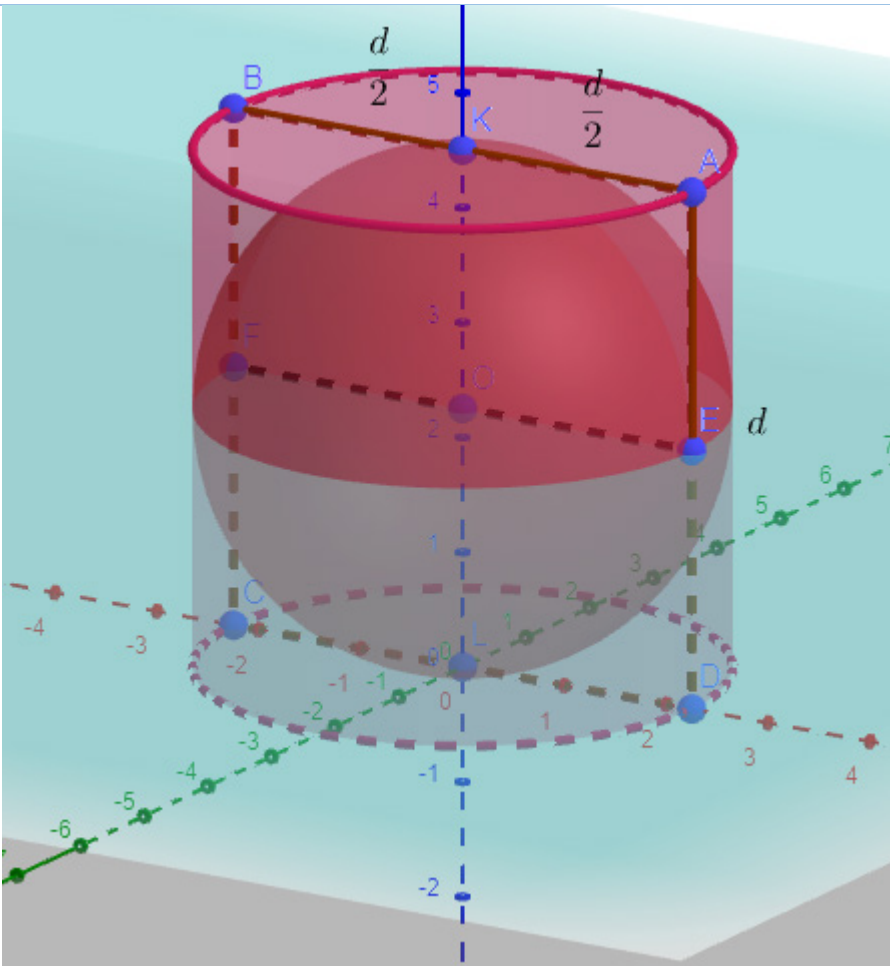


Resim 3.3. Vites kolu. Bu kol üzerinde 1-6'ya kadar ileri vites varken R geri vitesi gösterir.

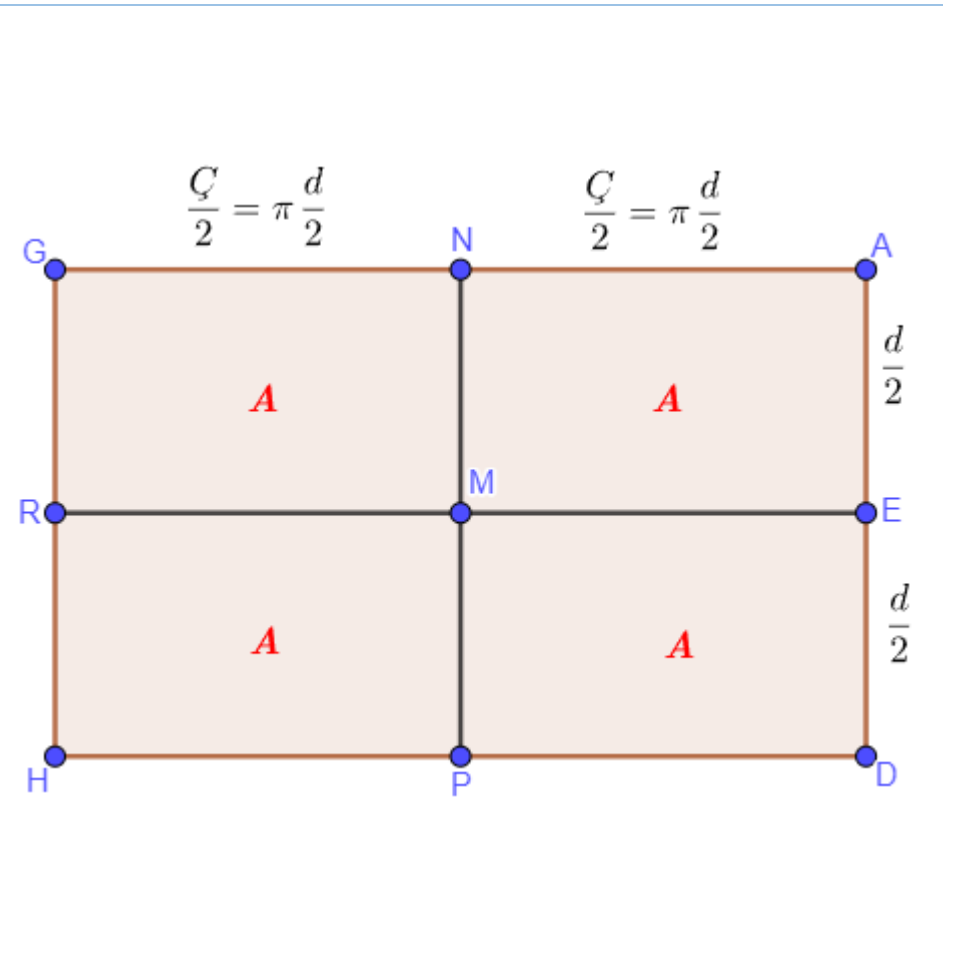
Matematik Papirüsleri'nden görüldüğü kadarıyla ileriye gideceklerine geriye gitmeye başladılar. Örneğin dairenin çevresi ve alanı için Eski Krallık Dönemi'ndeki (3.11) ve (2.2)'deki formülleri bırakıp daha kötü yaklaşımlar veren Eski Babil Dönemi'ndeki (3.5) ve (3.7)'deki formüllere yöneldiler. Yani gerinin de gerisine gitmişlerdi ve bu durumu ifade edebilecek kelime bulamıyorum. Bu durumu yukarıdaki resimdeki vites kolundaki R'nin R'si olarak düşünebiliriz ama otomobillerde böyle bir geri vites yok! Galiba biz, müfredatı % 35 seyreltirken (sadeleştirme) Ptolemy dönemindeki Mısırlılar gibi **2R vitesine** geçtik! Ama onlarda **Arşimet** vardı!

2. (3.4)'teki B alanı formüllerinden ilki bir dikdörtgenin alanını ve ikincisi bir dik üçgenin alanını gösterir (Bkz. Dikdörtgenin alanı için **MMP 6** ve **KP 4** ve dik üçgenin alanı için **RMP 51**, **MMP 4**, **MMP 7** ve **MMP 17**). Buna göre başlangıçta 2. satırdaki sepetin ağız açıklığı yani çapı taban iken sonra hesapta $\frac{C}{2}$ çevresi taban olmuştur. Çünkü “**tp.r**” ya da “**tp.r**” kelimesi “**ağız (mouth)**” anlamına gelirken “**üçgenin tabanı ('base' of a triangle)**” anlamına da gelmektedir (Bkz. S. 192). Bu nedenle A alanı aslında tabanı $\frac{C}{2}$ çevresi ve yüksekliği d çapı olan bir dik üçgenin alanını gösterir. Bunun böyle olduğunu **RMP 51**, **MMP 4**, **MMP 7** ve **MMP 17** örneklerinden çıkan şu kuraldan görebilirsiniz (S. 380): Bir dik üçgenin alanı, tabanın yarısıyla yüksekliğinin çarpımına eşittir!

3. Kâtibin kullandığı (3.4)'teki ilk formüle göre karşımıza şu şekiller çıkar:



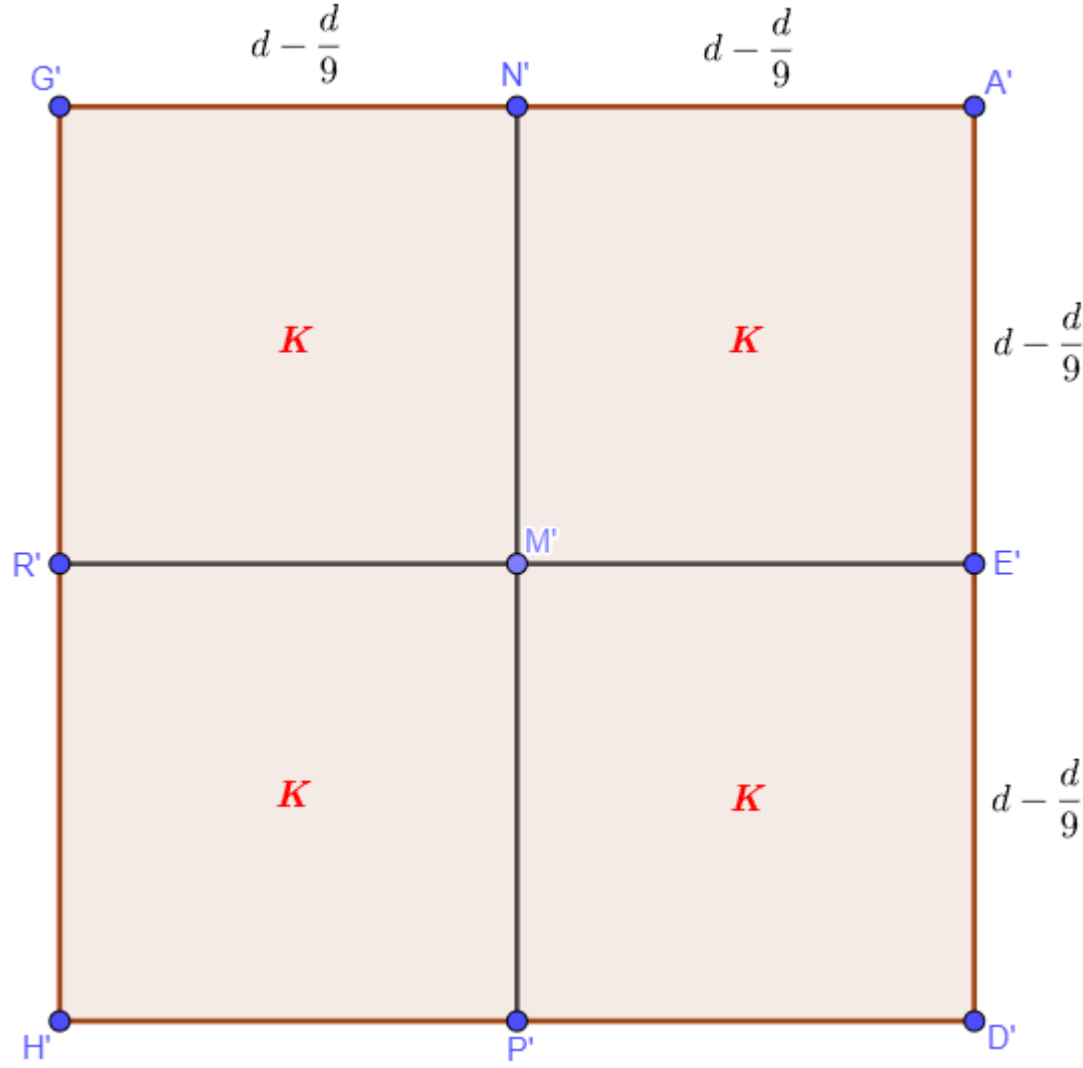
Şekil 3.1.a. Tabanları d çaplı ve yüksekliği d olan bir silindir ve içine tam oturtulmuş bir küre.



Şekil 3.1.b. Silindirin yanal yüzeyinin düzleme açılımı. Bu dikdörtgenin tabanı, silindirdeki alt ya da üst tabanlardaki dairelerin çevresi ve yüksekliği d olduğundan alanı, bunların çarpımından 4A olur.

Bölüm 3: MMP 10

Bu şekillerin ilkinde çapı d olan bir silindir ve içine tam oturtulmuş bir küre ve onu O merkezinde taban düzlemine paralel turkuaz renkli bir kesen düzlem ve 2. şekilde bu silindirin yanal yüzeyini düzleme açtığımız zaman ortaya çıkan ADHG dikdörtgeni vardır. Bu dikdörtgenin tabanı silindirdeki alt veya üst taban ya da kürenin O merkezindeki en büyük çemberinin çevresi ve yüksekliği d çapı olduğundan silindirin yanal yüzey alanı ya da kürenin yüzey alanı $2B = 4A$ olur. Burada A , kürenin en büyük dairesinin alanıdır ve bu, Problem 50'deki (2.2)'deki kurala göre şöyle bulunmaktadır:



Şekil 3.1.c. Problem 50'nin genelleştirilmiş şekli olan Şekil 2.11'e göre $A \lesssim K$ 'dir ve bu şekil Büyük Piramit'teki Kral Odası'nın tabanındaki gibi 2 karenin birleşiminden oluşan bir dikdörtgendir (Bkz. "4.7. Kral Odası", S. 7-10). Burada MMP 10'a göre $d - \frac{d}{9} = 4 \text{ Khet}$ olduğundan $d = 4\frac{1}{2} \text{ Khet}$ 'tir.

Burada (2.2) gereğince $A \lesssim K$ 'dir, dolayısıyla $B = 2A \lesssim 2K$ olduğundan

$$(3.8) \quad B \lesssim 2K = 2 \left(d - \frac{d}{9} \right)^2$$

yaklaşımı geçerli olmaktadır. Fakat kâtip B'yi bu şekilde değil de (3.4)'teki gibi kullanmaktadır. Çünkü ζ çevre faktörü geçerlidir!

Dairenin Çevresi

Fakat $A \lesssim K$ olduğundan (3.3)'teki ζ çevresi Şekil 3.1'de aranamaz. Çünkü bu şekildeki K alanca dairenin A alanına eşittir. Fakat yeni keşfimize göre çapı d olan dairenin çevresi (3.3)'teki ζ iken bir kenarı $a = d - \frac{d}{9}$ olan karenin çevresi ζ 'den biraz fazla olur:

$$(3.9) \quad 2 \cdot \left(2d - \frac{2d}{9} \right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9} \right) = \left(2d - \frac{2d}{9} \right) \cdot \left(2 - \frac{2}{9} \right) = \zeta \lesssim \zeta_{Kare} = 4 \left(d - \frac{d}{9} \right).$$

Şu halde bu formüle göre MMP 10'daki sepetin ağız kısmındaki dairenin çevresi ile karenin çevresini Tablo 2.1'deki gibi karşılaştırsak şu tablo ortaya çıkar:

MMP 10			
Çapı $4\frac{1}{2} \text{ Khet}$ olan dairenin çevresi		Kenarı 4 Khet olan karenin çevresi	
1	$\overline{\overline{3}} \overline{6} \overline{18} \text{ Khet}$	1	4 Khet
2	$\overline{\overline{13}} \overline{9} \text{ Khet}$	2	8 Khet
4	$3 \overline{2} \overline{18} \text{ Khet}$	✓4	16 Khet
8	$7 \overline{9} \text{ Khet}$		
✓16	$14 \overline{6} \overline{18} \text{ Khet}$		
DMP'de	$3 \times 4 \overline{2} = 13 \overline{2}$		

Tablo 3.1. MMP 10'daki daire ile karenin çevrelerinin karşılaştırılması.

Buradaki fark Tablo 2.1'dekine göre küçüktür. Çünkü Tablo 2.1'de $\sqrt{\Delta A} = \sqrt{81 - 64} = \sqrt{17} = \sqrt{4^2 + 1} \lesssim 4 + \frac{1}{2.4} = 4\frac{1}{8} = 4.125 \text{ Khet}$ (ki bunun anlamı, Tablo 2.1'deki karenin alanı dairenin alanından 17 Setat fazla olduğundan, karekök almayla bu fazla alanı bir kenarı $4\frac{1}{8} \text{ Khet}$ olan kareye göre ifade etmiş olduk) iken burada $16 - 14 \overline{6} \overline{18} = \frac{5}{6} + \frac{17}{18} = \frac{3+2}{6} + \frac{9+6+2}{18} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{9}{18} + \frac{6}{18} + \frac{2}{18} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{9} = 1 \overline{3} \overline{9} \text{ Khet} \left(= \frac{16}{9} = \sqrt{\pi_M} \right)$ olmaktadır.

Bölüm 3: MMP 10

Burada bir şey daha dikkatimizi çekiyor: Kâtip eğer MMP 10'daki sepetin yüzey alanını hesaplarken 2. çarpanı bu tablodaki karenin bir kenarı olarak alsaydı, yani

$$(3.10) \quad B = \left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(d - \frac{d}{9}\right)$$

şeklinde almış olsaydı bu durumda ilk çarpan $2d - \frac{2d}{9} = 8 \text{ Khet}$ ve 2. çarpan $d - \frac{d}{9} = 4 \text{ Khet}$ olacağından alanı bunların çarpımından $B = 8 \text{ Khet} \cdot 4 \text{ Khet} = 32 \text{ Setat}$ olarak daha kolay bulmuş olacaktı. Kâtibin bu kolay hesap yerine daha zorlu bir hesap yapmasının nedeni, (3.3)'teki Ç formülüne göre (3.4)'teki B alanı formülünü kullanmış olmasından kaynaklanmaktadır!

Bir diğer örnek, RMP 48 ya da 50'deki dairenin çevresi ile karenin çevresinin karşılaştırılmasıdır:

RMP 48/50			
Çapı 9 Khet olan dairenin çevresi		Kenarı 8 Khet olan karenin çevresi	
1	$\overline{3} \overline{6} \overline{18} \text{ Khet}$	1	8 Khet
2	$\overline{13} \overline{9} \text{ Khet}$	2	16 Khet
4	$3 \overline{2} \overline{18} \text{ Khet}$	✓4	32 Khet
8	$7 \overline{9} \text{ Khet}$		
16	$14 \overline{6} \overline{18} \text{ Khet}$		
✓32	$28 \overline{3} \overline{9} \text{ Khet}$		
DMP'de	$3 \times 9 = 27$		

Tablo 3.2. RMP 48 ya da 50'deki daire ile karenin çevrelerinin karşılaştırılması.

Bu örneklerde görüldüğü gibi dairenin çevresi karenin çevresine yaklaştırmaya çalışıyor ve en mükemmel yaklaşım için Büyük Piramit'e gitmek gerekiyor. Firavun **Khufu**, aynı zamanda **II. Ramses** gibi bir inşaatçı olduğundan piramitinde böyle bir tasarımda bulunmuş görünür ve bu bilgi ya "Firavunların Sırları" gereğince çok iyi saklanmış ya da Eski Mısır Matematiği'nde mevcutsa şimdiye kadar bundan bahseden bir papirüse rastlamadık (Bkz. "[Büyük Piramit'in Doğu Kesiti Görünüşündeki Planı](#)"). Aynı şekilde, (3.3)'teki Ç çevre formülünü de hiçbir papirüste görmedik!

Alan Formülünden Çıkan Sonuçlar

Öncelikle (3.3)'teki Ç formülünü

$$(3.11) \quad \zeta = \left(2d - \frac{2d}{9}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{9}\right)$$

şeklinde alırsak Şekil 3.1.a'daki silindirin yüzey (yanal) alanı ya da kürenin yüzey alanı için şu formül geçerli olur:

$$(3.12) \quad C = 2B = \zeta \cdot d.$$

Bu durumda şu sonuçlar çıkar:

I. Arşimet'in Önergeleri

1. İlk **Arşimet**'in "[Çember ve Daire Ölçüleri Hakkında](#)" çalışmasındaki şu önerme dikkatimizi çeker:

Önerme 1. Bir dairenin alanı, tabanı dairenin çevresi ve yüksekliği yarıçapı olan bir dik üçgenin alanına eşittir.

Arşimet'in bu önermede verdiği bilgi MMP 10'da Şekil 3.1.a'da $|AD| = d$ çapı yerine $|AE| = \frac{d}{2} = |ED|$ yarıçapı alındığı takdirde (3.3)'e göre (3.4) ile zaten mevcut. Dolayısıyla (3.12)'de C'nin 4'te 1'ini almak yeterlidir. Oysa **Arşimet**, "*Küre ve Silindir I, II*"nin girişlerinde meslektaşlarına (**Conon** ve **Dositheus**) gönderdiği mektuplarda bu bilginin şimdiye kadar kanıtlanmamış olduğunu ve onu ispatlayarak ilk kendisinin keşfettiğinden söz ediyordu.

2. İkinci olarak **Arşimet**'in "[Küre ve Silindir I](#)" ve "[Küre ve Silindir II](#)" çalışmalarında silindir ve kürenin yüzey alanları hakkında verdiği bilgiler dikkatimizi çeker. Bu konuda **Arşimet**'in **Dosethius**'a gönderdiği mektuplara bakmadan önermelere geçmek doğru olmaz.

"[Küre ve Silindir I](#)"in girişindeki mektup:

"**ARŞİMET**'ten **Dositheus**'a selam.

Daha önceki bir vesileyle, o zamana kadar tamamladığım araştırmaları, bir doğru çizgi ve dik açılı bir koninin [bir parabol] bir kesiti ile sınırlanan herhangi bir parçanın, parça ile aynı tabana ve eşit yüksekliğe sahip olan üçgenin üçte dördü olduğunu gösteren kanıtlar da dahil olmak üzere size gönderdim. O zamandan beri, şimdiye kadar kanıtlanmamış bazı teoremler (αυτέκτων) aklıma geldi ve bunların kanıtları üzerinde çalıştım. Bunlar: **Birincisi, herhangi bir kürenin yüzeyinin en büyük dairesinin 4 katı olduğu (τοῦ μεγίστου κύκλου)**; ikincisi, bir kürenin herhangi bir parçasının yüzeyinin, yarıçapı (ἡ ἐκ τοῦ κέντρου) parçanın tepe noktasından (κορυφή) parçanın tabanı olan dairenin çevresine çizilen düz çizgiye eşit olan bir daireye eşit olduğu; ve **ayrıca, tabanı küredeki bir parçanın en büyük dairesine eşit olan ve yüksekliği kürenin çapına eşit olan herhangi bir silindirin kendisi [yani içerik olarak] yine kürenin yarıçapı kadar büyüktür ve yüzeyi de [tabanları dahil] yine kürenin yüzeyinin yarıçapı kadar büyüktür**. Şimdi bu özellikler söz konusu şekillerin (αὐτῇ τῇ φύσει προϋπῆρχεν περὶ τὰ εἰρημένα σχήματα) doğasında vardı, ancak benden önce geometri çalışmalarıyla uğraşanlar tarafından bilinmiyordu. Bununla birlikte, şimdi bu özelliklerin bu şekiller için doğru olduğunu keşfettikten sonra, bunları hem önceki araştırmalarımla hem de **Eudoxus**'un katı cisimler hakkındaki teoremlerinden en sarsılmaz şekilde kurulmuş olanlarla, yani herhangi bir piramidin, piramitle aynı tabana ve eşit yüksekliğe sahip prizmanın üçte biri olduğu ve herhangi bir koninin, koniyle aynı tabana ve eşit yüksekliğe sahip silindirin üçte biri olduğu teoremleriyle yan yana koymaktan çekinemem. Çünkü bu özellikler de doğal olarak şekillerin doğasında var olmasına rağmen, aslında

Bölüm 3: MMP 10

Eudoxus’tan önce yaşamış olan birçok yetenekli geometrici tarafından bilinmiyordu ve hiç kimse tarafından gözlemlenmemiştir. Ancak şimdi, gerekli yeteneğe sahip olanlar bu keşiflerimi inceleyebileceklerdir. **Conon** henüz hayattayken yayınlanmalıydılar, çünkü onları en iyi onun kavrayabileceğini ve haklarında uygun kararı verebileceğini düşünmeliydim; ancak, onları matematikten anlayanlara iletmenin iyi olacağına karar verdiğim için, matematikçilerin incelemesine açık olacak kanıtları yazılı olarak size gönderiyorum. Elveda.

İlk olarak önermemin kanıtları için kullandığım aksiyomları* ve varsayımları ortaya koydum.”

“[Küre ve Silindir II](#)” girişindeki mektup:

“**ARŞİMET**’ten **Dositheus**’a selam,

Daha önceki bir vesileyle benden, açıklamalarını bizzat **Conon**’a gönderdiğim problemlerin kanıtlarını yazmamı istemiştin. Aslında bu problemler büyük ölçüde size daha önce kanıtlarını gönderdiğim teoremlere dayanıyor: (1) *Herhangi bir kürenin yüzeyinin küredeki en büyük dairenin 4 katı olduğu*, (2) *Bir kürenin herhangi bir parçasının yüzeyinin, yarıçapı parçanın tepe noktasından tabanının çevresine çizilen düz çizgiye eşit olan bir daireye eşit olduğu*, (3) *Tabanı herhangi bir küredeki en büyük daire olan ve yüksekliği kürenin çapına eşit olan silindirin kendisi de büyüklük olarak kürenin yarısı kadarken, [iki taban dahil] yüzeyi de kürenin yüzeyinin yarısı kadardır* ve (4) *Herhangi bir katı sektör, tabanı sektörde yer alan küre parçasının yüzeyine eşit olan çember olan ve yüksekliği kürenin yarıçapına eşit olan bir koniye eşittir*. Bu teoremlere bağlı olan teorem ve problemleri ekte gönderdiğim kitapta yazdım; farklı bir araştırma yoluyla keşfedilenleri, yani spiraller ve konoidlerle ilgili olanları yakında size göndermeye çalışacağım.

Problemlerden ilki şu şekildeydi: Bir küre verildiğinde, kürenin yüzeyine eşit bir düzlem alanı bulmak.

Bunun çözümü yukarıda bahsedilen teoremlerden açıkça anlaşılmaktadır. Çünkü küredeki en büyük dairenin 4 katı hem bir düzlem alanıdır hem de kürenin yüzeyine eşittir.

İkinci problem aşağıdaki gibidir.”

Bu mektubun sonunda bahsedilen 2. problem şu önermedir:

[Önerme 1 \(Problem\)](#). Bir koni veya bir silindir verildiğinde, koniye veya silindire eşit bir küre bulmak.

Eğer V verilen koni ya da silindir ise, V’ye eşit bir silindir yapabiliriz. Bu silindir, tabanı çapı AB üzerindeki çember ve yüksekliği OD olan silindir olsun.

Şimdi, eğer silindire (OD) eşit ama yüksekliği tabanının çapına eşit olacak şekilde başka bir silindir yapabilirsek, sorun çözülmüş olacaktır, çünkü bu ikinci silindir $\frac{3}{2}V$ ’ye eşit olacaktır ve çapı aynı silindirin yüksekliğine (veya tabanının çapına) eşit olan küre o zaman gerekli olan küre olacaktır [[Kitap I-Önerme 34](#)].

Not 3.2 (Mektuplardaki Hatalar Hakkında). Bu son mektubun bir diğer Türkçe çevirisini “[Küre ve Silindir Hakkında II](#)”de bulabilirsiniz. Şaka gibi, bu çeviri 1960’lardan kalma değil, 13 Temmuz 2018’de yazılmıştır. Yani sizin bu çeviriyi anlayabilmeniz için yanınızda bir de Osmanlıca-Türkçe sözlük bulundurmanız gerekir ki bu nedenle mektubun günümüz Türkçesiyle çevirisini yukarıda verdim. Bildiğiniz üzere kurucumuz **Atatürk**’ün, genelde Osmanlıca konuşur ve yazarken “[10. Yıl Nutku](#)”nda bir tek Osmanlıca kelime kullanmadığını, sadece günümüzdeki Türkçeyi kullandığını biliyor muydunuz?

Diğer taraftan her 2 mektuptaki üstü çizili kelimeler doğru değildir. Fakat üzerine çizdiğim bu kelimeleri atsak bile, (3)’ü tamamen düzeltilmiş olmuyorum. Çünkü tabanı küredeki en büyük daire ve yüksekliği kürenin çapı olan silindir Şekil 3.1.a’da olmak üzere şu sonuçlar geçerli olur:

a1. Silindirin 2 tabanının alanları (alt ve üst tabanları) $A_{AT} = \pi r^2 = A_{ÜT}$ olup bunların toplamı $A_{AT} + A_{ÜT} = 2\pi r^2$ şeklinde kürenin yüzey alanının yarısına eşit olur.

b1. Ancak silindirin yüzey (yanal) alanı $A_{YY} = \mathcal{C} \cdot R = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2 = A_{Küre}$ olduğundan kürenin yüzey alanının yarısına değil tamamına eşit olur.

c1. Silindirin kendisinin alanı $A_{AT} + A_{ÜT} + A_{YY} = 2\pi r^2 + 4\pi r^2 = 6\pi r^2$ olduğundan yine kürenin yüzey alanının yarısı olamaz.

Oysa 2. mektupta (3)’te ve ilk mektupta buna karşılık gelen önermelerde bu 3 sonuç için her seferinde kürenin yüzey alanının yarısı denilerek inanılmaz hatalar yapılmıştır. Söz konusu bu hatalar Yunanca orijinalde ve Latince ve İngilizce çevirilerde olmak üzere hepsinde mevcuttur.

Eğer bu hataları düzeltmek için silindirin yüksekliğinin küredeki en büyük dairesinin çapı yerine yarıçapını alırsak şu sonuçlar çıkar:

a2. Silindirin alt ve üst tabanlarının alanları $A_{AT} = \pi r^2 = A_{ÜT}$ olup bunların toplamı $A_{AT} + A_{ÜT} = 2\pi r^2$ şeklinde kürenin yüzey alanının yarısına eşittir.

b2. Silindirin yüzey (yanal) alanı $A_{YY} = \mathcal{C} \cdot r = 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2$ olduğundan kürenin yüzey alanının yarısına eşit olur.

c2. Silindirin kendisinin alanı $A_{AT} + A_{ÜT} + A_{YY} = 2\pi r^2 + 2\pi r^2 = 4\pi r^2 = A_{Küre}$ olduğundan kürenin yüzey alanına eşit olur, dolayısıyla kürenin alanının yarısına eşit olmaz.

Bu sefer ilk 2 hatayı düzeltsek bile, 3. hatayı düzeltmemiz yine mümkün olmuyor. Öyle ki bu son hatayı **Thomas L. Heath**’in ilk mektupta köşeli parantez içindeki açıklaması bile kurtarmaz. Çünkü [Önerme 13](#)’te silindirin yüzey alanından bahsedilirken parantez içinde “tabanlar hariç (excluding bases)” denilerek netleştirilmiştir, dolayısıyla “silindirin kendisi” ifadesi yanal yüzeyle birlikte tabanları da kapsar (Bkz. [Önerme 34’ün sonundaki sonuçlara](#)). Bir diğer hata, silindirin yüzeyinin kürenin yüzeyinin yarısı kadar olduğu belirtilirken “tabanlar dahil” denilmesidir. Oysa “tabanlar hariç” denilmeliydi.

Özetle iç içe geçmiş bu hataları tamamen düzeltmenin yolu yoktur. Çünkü bu hatalar aşağıdaki hesap nedeniyle sistematik olarak yapılmıştır!

Silindirin Yanal Yüzey Alanının Hesabı

Bilindiği gibi **Arşimet**, dairenin alanını [Önerme 1](#)’e göre dik üçgenin alanından yararlanarak bulurken silindirin yanal yüzey alanını da aynı şekilde, yani dik üçgenin alanına göre bulur. Fakat **Arşimet**’in bu hesabı yaptığı Rhind papirüsündeki problemlerdeki gibi açık bir örnek bulmanız mümkün değildir. Burada şanslı olduğumuz bir nokta var ki, **Arşimet**’in bu hesabı nasıl yaptığını [Önerme 13](#)’ün ispatından açık şekilde görebilirsiniz.

Şöyle ki, **Arşimet**, [Önerme 13](#)’ün ispatında $[FL]$ ’nın A ile gösterdiği dairedaki düzgün çokgenin çevresine, dolayısıyla A’daki dairenin çevresine ve silindirin $[EF]$ yüksekliğini A’daki dairenin çapına eşit alarak $|FE| = d = |EN|$ için $|FN| = 2d$ olmak üzere

$$(3.13) \quad Alan(LFN) = \Delta LFN = \frac{|LF| \cdot |FN|}{2} = \frac{\zeta \cdot 2d}{2} = \zeta \cdot d$$

ile (3.12)’yi verir ki bu, kürenin yüzey alanını gösterir. Yani **Arşimet** daha yeni çıkardığımız MMP 10’daki alan formülünü kullanır. Dolayısıyla bu sonuçtan [Önerme 1](#) ya da tersine [Önerme 1](#)’den bu sonuç çıkar. Buradan **Arşimet**’in 1600 yıl sonra silindirin yüzey (yanal) alanı için MMP 10’daki formülü kullanması, Eski Mısır Matematiği’nde olduğu gibi eski geleneklere sıkı sıkıya bağlı kaldığını gösterir.

Dikdörtgenin Alanının Dik Üçgene Göre Bulunması

Burada bir nokta daha dikkatimizi çekiyor: [Önerme 13](#)’ün ispatının her 2 kısmında $\Delta LFN = \square EL$ eşitliği geçer ve bunlardan EL köşegeni A’daki prizmanın yüzey alanı (tabanları hariç), yani köşeleri E, F ve L olan dikdörtgenin alanı iken LFN bu prizmanın yüzey alanına yani dikdörtgenin alanına eşittir (Y.N. Dikdörtgenin EL köşegeniyle gösterilmesi ve genelde de Eski Yunan Matematiği’nde dikdörtgenlerin köşegenlerle gösterilmesi Eski Babil Matematiği’nden gelir). Dolayısıyla EL dikdörtgenin alanı (A’daki dairenin $|FE| = |EN|$ çapı $|FN| = |FE| + |EN|$ şeklinde 2 katına çıkarılarak) LFN dik üçgenin alanına eşit olmaktadır. Ama EL köşegeniyle gösterilen dikdörtgenin alanı (3.13)’deki gibi dik üçgenin alanıyla bulunmaktadır.

Şah Mat!

Tam bu noktada şu sorunun üzerinde durmak gerekiyor: **Arşimet**, dairenin alanını ve silindirin hacmini birer geometrik formülasyonla verirken kürenin yüzey alanı için neden veremedi?

Bunun için [Önerme 13](#)’teki EL dikdörtgeninin alanı önerilebilir. Ama EL dikdörtgeninin alanı da (3.13)’e göre dik üçgenin alanıyla verildiğinden bu mümkün değildir. Bu durumda elimizde sadece (3.4) kalır ki bu da silindirin yanal yüzey alanının, dolayısıyla kürenin yüzey alanının yarısı demektir. Acaba her 2 mektupta “*silindirin yüzeyi de yine kürenin yüzeyinin yarısı kadar büyüktür*” denirken bu mu kast ediliyordu? Öyle, çünkü silindirin yüzey alanı da dik üçgene göre belirleniyordu, dolayısıyla **Arşimet**’in kürenin yüzey alanının Şekil 3.1.a’daki silindirin yüzey alanına eşit olduğunu söylemesi mümkün olamaz!

Arşimet’in bu konudaki yanıtı nettir:

“Problemlerden ilki şu şekildeydi: Bir küre verildiğinde, kürenin yüzeyine eşit bir düzlem alanı bulmak.

Bunun çözümü yukarıda bahsedilen teoremlerden açıkça anlaşılmaktadır. Çünkü küredeki en büyük dairenin 4 katı hem bir düzlem alanıdır hem de kürenin yüzeyine eşittir.”

Bu açıklamadaki önermeyi [Önerme 33](#)’te görebilir ve ispatına bakabilirsiniz. **Arşimet** işte bu yüzden kürenin yüzey alanının Şekil 3.1.a’daki silindirin yüzey alanına eşit olduğunu söyleyemedi!

Şu halde bu sonuçlara göre **Arşimet**’in zamanında bu sonuçlar şu şekilde elde ediliyordu:

a3. Silindirin alt ve üst tabanlarının alanları [Önerme 1](#)’e göre $A_{AT} = \frac{\zeta \cdot r}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2 = A_{ÜT}$ olup bunların toplamı $A_{AT} + A_{ÜT} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} + \frac{2\pi r \cdot r}{2} = 2 \cdot \frac{2\pi r \cdot r}{2} = 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2 = \frac{A_{Küre}}{2}$ şeklinde kürenin yüzey alanının yarısına eşittir.

b3. Silindirin yüzey (yanal) alanı $A_{YY} = \frac{\zeta \cdot 2R}{2} = \frac{2\pi r \cdot 4r}{2} = 2\pi r \cdot 2r = 4\pi r^2 = A_{Küre}$ olduğundan kürenin yüzey alanına eşittir, dolayısıyla yarısına eşit olamaz!

Bu hesap şu şekilde de yapılabilir: Silindirin yüzey alanının yarısı $\frac{\zeta \cdot R}{2} = \frac{2\pi r \cdot 2r}{2} = 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2$ olduğundan (ki bu hatayı açıklar) bunun 2 katı $4\pi r^2$ olur.

c3. Silindirin kendisinin alanı $A_{AT} + A_{ÜT} + A_{YY} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} + \frac{2\pi r \cdot r}{2} + \frac{\zeta \cdot 2R}{2} = 2\pi r^2 + 4\pi r^2 = 6\pi r^2 = \frac{3}{2}A_{Küre}$ (ki **Arşimet** [Önerme 34’ün sonunda](#) bu sonuçları verir) olduğundan kürenin alanının yarısına eşit olamaz.

Özetle a1-c1, a2-c2 ve a3-c3’e göre bu mektupları **Arşimet** yazmış olamaz, onun adına bu mektupları toplayan kişiler yazmış ve bu hatalar ortaya çıkmıştır. Çünkü önermelerde ve onların ispatlarında hiç hata yapmayan **Arşimet**’in bu basit hataları yapmış olması düşünülemez!

Reviel Netz, “Küre ve Silindir Hakkında I, II”deki mektuplardaki hataları gördü mü?

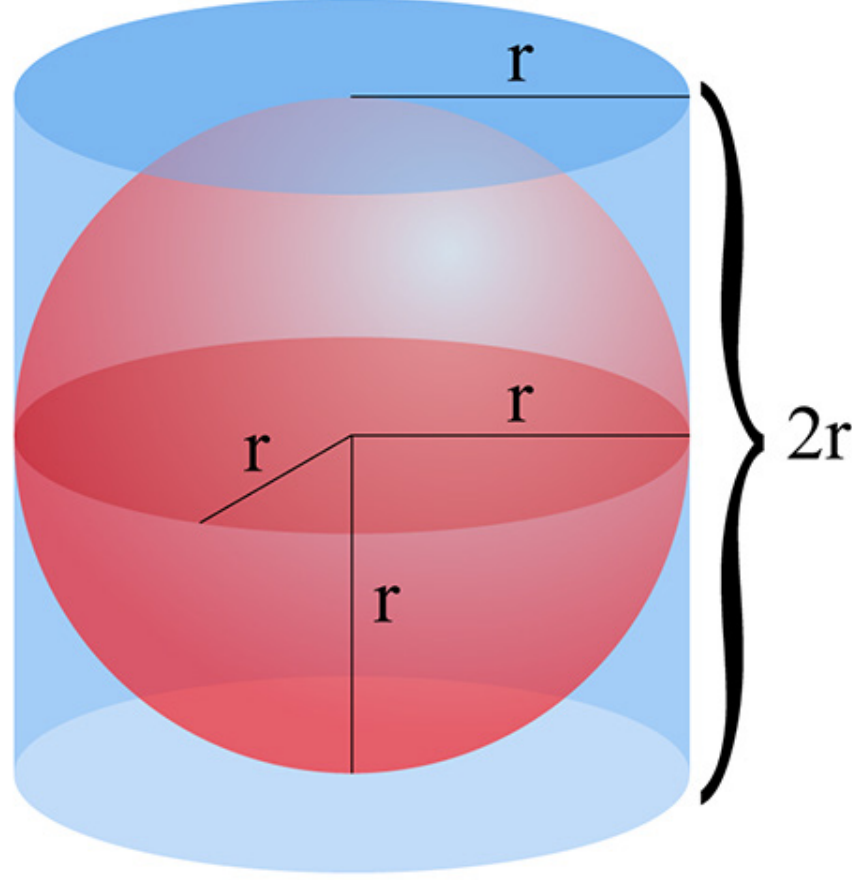
İsraili bir modern öncesi tarih akademisyeni ve bir Arşimet uzmanı olan [Prof. Dr. Reviel Netz](#), her 2 mektubun ithaf edildiği **Dositheus**’un kim olduğunu araştırmış ve “[İlk Yahudi Bilim Adamı \(The First Jewish Scientist\)](#)” adlı bir makale yazmıştır.

Dositheus kimdir?

Reviel Netz, **Arşimet**’in meslektaşı **Dositheus** ile iddia edilen bu yazışmalar hakkında “[Arşimet Kodeksi](#)”nde bahsederken **Dositheus**’un İskenderiye’deki bir Yahudi olduğunu söyler ve incelemesini “[İlk Yahudi Bilim Adamı](#)” adlı makalesinde yapar (Y.N. Bana göre makale başlığı doğru değildir. Çünkü ilk Yahudi

bilim adamları Babil ve Mısır'daydı. Örneğin [Resim 1.1.11](#)'i keyfimden koymadım. Anlayana çok şey anlatır. Özellikle son 2 yüzyılda Yahudi matematikçilerin tabletlere ve papirüslere ilgi göstermesi, atalarının izlerini aradıklarını gösterir ve bu arayış halen devam etmektedir).

Yukarıda üzerlerini çizdiğim hatalar Wikipedia'daki "[Arşimet](#)" sayfasındaki şu şekilden gelir:



Şekil 3.2. Sicilya'ya (Siraküza) MS 75'te [quaestor](#) olarak gelen **Çiçero Arşimet**'in mezarında bu şekli görmüş ve en çok övündüğü çalışmasının bu olduğunu hatırlamıştır (Bkz. [Resim 1.1.19](#). Prof. Dr. **Ali Sinan Sertöz**, kendisini bu işe kaptıranlardan. "[Arşimet'in Küreleri](#)" adlı makalesi [Önerme 2](#)'nin ispatının özeti olup anlaşılmasını kolaylaştırır. Bu arada 23 yıl önce basit çokgenlerin trigonometrik alan formülleri için kendisinden yardım istediğimde bana, "[Trigonometrik ve analitik formülleri arasında ne fark gördüğünüzü anlamadım?](#)" karşılığını vermişti. Bkz. [Ali Sinan SERTÖZ'ün bana gönderdiği mesaj, 20.06.2001/16:39:38](#). Onun fark göremediği formüllerden biri "[ATA Formülü ve Uygulamaları: Bölüm 1](#)"dedir. O halde ben de kendisine 23 yıl sonra buradan bu mektuplarda geçen önermelerde bir fark görüp görmediğini soruyorum). Bu şekilde kürenin hacmi silindirin hacminin 3'te 2'sidir: [Önerme 34](#)'e göre kürenin hacmi, tabanı kürenin en büyük dairesi ve yüksekliği yarıçapı olan koninin hacmine eşittir. Bu önermenin ispatından kürenin hacminin silindirin hacminin 3'te 2'si olduğu sonucu çıkar ki bu da [Önerme 2](#)'de ispatlanmıştır.

Bu şekle göre 2. mektubun 3 maddesinde yer alan şu önermeler hatalıdır (ki bu hataları yine üzerlerini çizerek gösterdim):

3.1. **Tabanı herhangi bir küredeki en büyük dairesi ve yüksekliği aynı kürenin çapına eşit olan silindirin kendisi (büyüklük olarak) bu kürenin (yüzeyinin) yarısıdır.**

3.2. **Tabanı herhangi bir kürenin en büyük dairesi ve yüksekliği aynı kürenin çapına eşit olan silindirin (2 tabanı da dahil) yüzeyi kürenin yüzeyinin yarısıdır.**

Arşimet Palimpsesti'ne göre "[Küre ve Silindir Hakkında I, II](#)" kitabını yazan ve bir Antik Matematik uzmanı olan [Prof. Dr. Reviel Netz](#), 185-186. sayfada 2. mektubu şöyle çevirir:

"**Arşimet**'ten **Dositheus**'a: Selamlar

Daha önce, önerilerini¹ **Conon**'a gönderdiğim problemlerin ispatlarını yazmam için bana bir istek göndermişsiniz; ve çoğunlukla, ispatlarını size daha önce gönderdiğim teoremler² aracılığıyla ispatlandılar: <yani, her kürenin yüzeyinin, içindeki <çemberlerin> en büyük çemberinin 4 katı olduğu teoremi³ ve bir kürenin her parçasının yüzeyinin bir çembere eşit olduğu teoremi> aracılığıyla, yarıçapı, segmentin tepe noktasından tabanın çevresine çizilen doğruya eşit olan,⁴ ve **her kürede, küredeki <çemberlerin> en büyük çemberine ve kürenin çapına eşit bir yüksekliğe sahip olan silindirin her ikisinin de kendisi, büyüklük olarak,⁵ yine kürenin yarısı kadar büyüktür;** ve **yüzeyi, yine kürenin yüzeyinin yarısı kadar büyüktür,**⁶ ve sayesinde her katı sektör, sektörün <içerdiği> küre parçasının yüzeyine eşit bir daireye ve kürenin yarıçapına eşit bir yüksekliğe sahip koniye eşittir. Şimdi, bu teoremler aracılığıyla kanıtlanan teoremleri ve problemleri <yukarıda> bu kitapta kanıtlayarak size gönderdim. Ve başka bir teori aracılığıyla bulunanlara gelince, spirallerle ilgili olanlar ve konoidlerle ilgili olanlar, hızlı bir şekilde göndermeye çalışacağım.⁷ Problemlerden ilki şuydu: Bir küre verildiğinde, kürenin yüzeyine eşit bir düzlem alanı bulmak. Ve bu, daha önce bahsedilen teoremlerden açıkça kanıtlanmıştır; çünkü küredeki <çemberlerin> en büyük çemberinin dörtlüsü hem bir düzlem alanıdır hem de kürenin yüzeyine eşittir."

S. 31-32'deki ilk mektubu ise şöyle verir:

"**Arşimet**'ten **Dositheus**'a:¹ Selamlar.

Daha önce, o zamanlar araştırdığımız şeylerin bir kısmını size göndermiş ve bir kanıtla birlikte yazmıştım: bir doğru ve dik açılı koninin² bir kesiti tarafından içerilen her doğru parçası, doğru parçasıyla aynı tabana ve eşit yüksekliğe sahip bir üçgenin 3'te 1'i kadardır.³ Daha sonra, bahsetmeye değer teoremler bize kendilerini önerdi ve kanıtlarını hazırlama zahmetine katlandık. Bunlar: ilk olarak, her kürenin yüzeyinin, içindeki <çemberlerin> en büyük çemberinin 4 katı olduğu.⁴ Ayrıca, bir kürenin her parçasının yüzeyinin, yarıçapı parçanın tepe noktasından parçanın tabanı olan çemberin çevresine çizilen doğruya eşit olan bir çembere eşit olduğu.⁵ Bunların yanı sıra, **her kürede, tabanı küredeki <çemberlerin> en büyük çemberine eşit olan ve yüksekliği kürenin çapına eşit olan silindirin kendisi,⁶ kürenin yarısı kadar büyüktür;** ve **yüzeyi kürenin yüzeyinin <yine yarısı kadar> büyüktür.**⁷

İşte bomba soru: Sizce ilk mektubun sonunda silindirin yüzeyini (yanal alanı) <yine yarısı kadar> şeklinde veren Prof. Dr. **Reviel Netz**, 3.1 ve 3.2'deki hataları gördü mü? İşin kötüsü, silindirin kendisinin hacmi olduğunu söylemesine rağmen bu hatayı ya görmüyor (ki bu, **Atatürk**'e göre "Gaflet" demektir) ya da görmezden geliyor (Bkz. "[Küre ve Silindir Hakkında I, II](#)", S. 32, Dipnot 6).



Resim 3.4. TBMM Reisi Gazi *Mustafa Kemal* Paşa, 1 Kasım 1922’de saltanatı kaldırmasının hemen ardından *Rauf Orbay* ile Meclis Bahçesi’nde görüşürken. Resimler: [MKA1](#) ve [MKA2](#). Filmler: [Siyah-beyaz film](#), [Renkli film](#), [4K renkli film](#) (Y.N. 20. yüzyılın başında, Fransa’da *Albert Kahn* adlı bir iş adamı renkli fotoğrafa merak salmış, ekipler kurup dünyanın çeşitli yerlerine film ve fotoğraf çekimine yollamaya başlamıştır. 1922’de Ankara, merak edilen bir yer haline gelince, buraya da bir ekip yollamış. Filmi, *Camille Sauvegeot* adlı Fransız kameraman çekmiş. Yanındaki, *Gadmer* adlı Fransız fotoğrafçı ise, Ankara’yı renkli fotoğraflamış. İkisi, hem kurtuluş hareketinin karargâhı olan bu küçük kasabayı hem de o karargâhı yöneten *Gazi Paşa*’yı görüntülemiş. Ustaca çekilmiş ve titizlikle saklanmış görüntülerde Ankara’nın bütün sefaleti var. Yangında harap olmuş, çevresi mezarlıklarla kaplı, çorak bir kasaba... İki tarafı bataklık, çamurlu yollar... Kalenin altından akan Bentderesi’nin kenarında çamaşır tokaçlayan yoksul kadınlar... Aşevlerinde pilav kaşıklayan, hastaneye çevrilmiş konaklarda tedavi gören göçmenler...). İnkılap Tarihi derslerinden hatırlayacağınız üzere, Kurtuluş Savaşı’nın başarıyla sonuçlanmasından sonra Lozan Barış Konferansı’na Ankara ve İstanbul hükümetleri birlikte davet edilmişlerdi ama TBMM’de [1 Kasım 1922](#)’de kabul edilen 308 numaralı kararnameyle saltanat kaldırılarak bu ikilik çözüldü! Hilâfetin kaldırılması ve Osmanlı hanedanının Türkiye haricine çıkarılmasına dair Kanun teklifi ise TBMM genel kurulunda [3 Mart 1924](#) pazartesi günü II. celsede gece saat 03.00’da başladı ve sabah 06:40’ta son buldu. Şimdi bu son tarihe ilişkin notumu yazarken saatime bakıyorum ve 02.03.2024/Cumartesi, 23:15 yani 100 yıldan 7:25 önce olduğunu görüyorum. Her 2 devrim kanunu için *Atatürk*’ün merhametli gözlerine bakınca hem gözlerim yaşıyor hem de “[Bunu ileride anlayacaksınız!](#)” sözüne göre olup biteni anlamaya çalışıyorum!

“Ben, Atatürk’ün çakmak çakmak gözlerinde emperyalizmin ışığının söndüğünü gördüm!”

Arşimet’in yukarıda anılan mektuplarındaki hataları görebilmek için âlim olmaya gerek yoktur. Bu hataları matematikten anlayan herkes görebilir. Ama emperyalizm öyle kötü bir şeydir ki hataları size doğruymuş gibi gösterir. Örneğin, MMP 10’un 6. satırında Resim 3.5’te kırmızı dikdörtgenle çevrelediğim okunamayan kelime yüzünden sepetin “yarım yumurta” mı yoksa “yarım silindir” mi olduğu tartışması 1930’dan beri yapılırken aynı hatanın *Arşimet*’in “[Küre ve Silindir I](#)” ve “[Küre ve Silindir II](#)”deki mektuplarında yapılmış olduğundan söz edilmez. Aynı şekilde, batılı matematikçi ve matematik tarihçilerinin, *Struve*’nin Resim 3.5’te kırmızı dikdörtgenle gösterdiğim yerde papirüsün hasarlı olması nedeniyle “ınr (yarım yumurta kabuğu)” çıkarımını toptan muhalefetle [Önerme 33](#)’ten uzaklaştırmaya çalışmaları emperyalizmin bir diğer korkusunu göstermektedir!

Bölüm 3: MMP 10

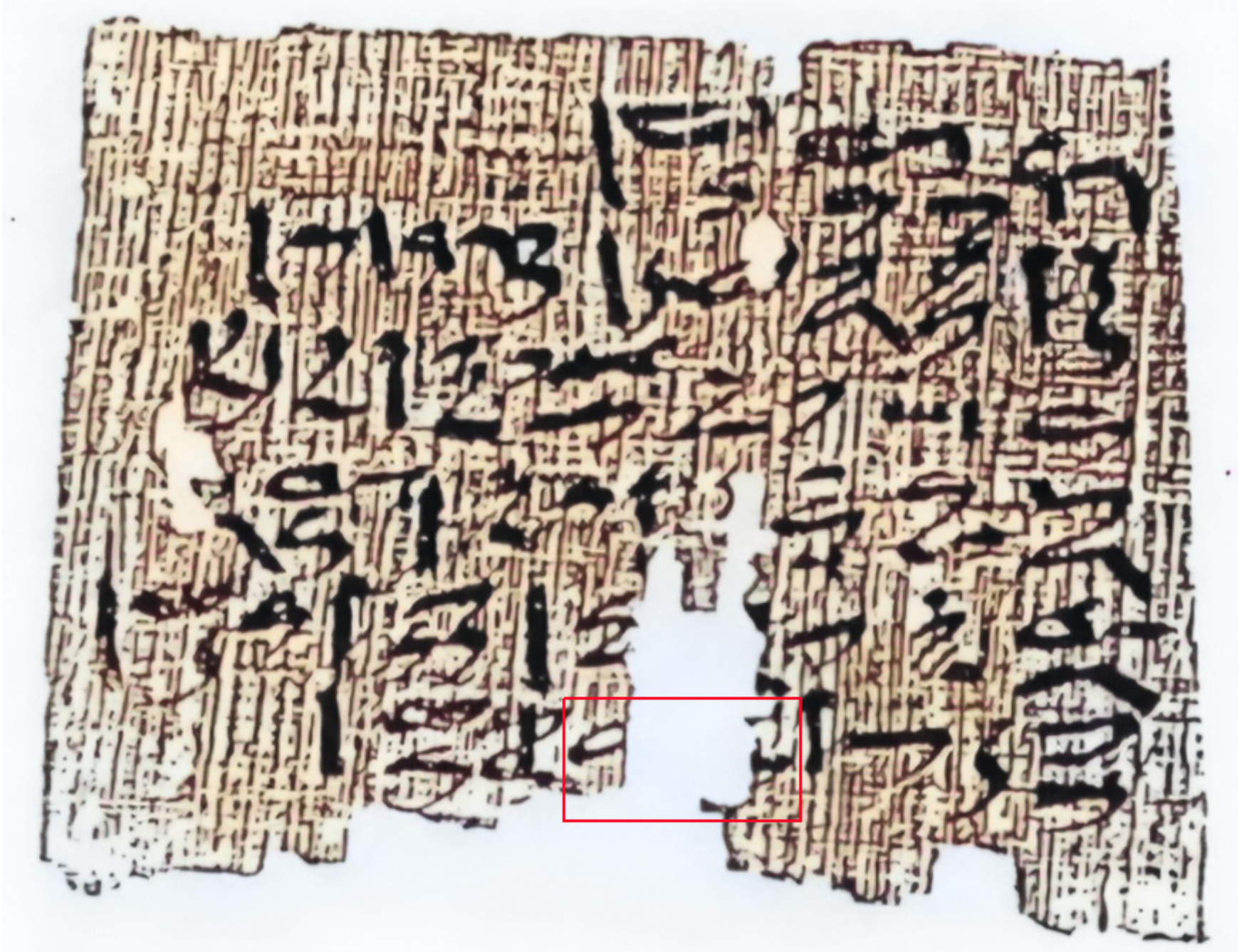
Bu konuda **Atatürk**, 20 Temmuz 1920’de Hakimiyet-i Milliye gazetesinde şunları yazıyordu: “En büyük düşman, düşmanların düşmanı ne falan ne de filan millettir; bilakis bu, adeta bir saltanat halinde bütün dünyaya hâkim olan ‘kapitalizm’ afeti ve onun çocuğu olan ‘emperyalizm’dir.”, [Gizlenen Atatürk-Bölüm 2: Kapitalizm ve Emperyalizme Karşı](#). UNESCO’ya göre **Atatürk**, Dünya’da emperyalizme karşı savaşan [ilk lider](#)dir.

Atatürk’ün “kapitalizm” ve onun evladı olan “emperyalizm” hakkındaki görüşleri **Lenin**’inkine paraleldir. Fakat her ikisinin görüşleri (ki **Atatürk**’ün emperyalizm hakkındaki sözleri **Lenin**’inkinden daha açıktır) genel olduğundan buradaki gibi açık örnekler göremezsiniz. Bu nedenle emperyalizmin nasıl bir şey olduğunu anlamayanlara tavsiyem, bu açık örneklerle bakarak emperyalizmin ne lanet bir şey olduğunu anlamaya çalışmaları olacaktır.

II. Sepetin Tanımı

Öncelikle sepetin tanımına geçmeden matematikçiler ve matematik tarihçileri arasında geçen tartışmanın MMP 10’un 6. satırında okunamayan bir kelimedenden kaynaklandığını belirtmem gerekiyor. Çünkü papirüs o kelimenin bulunduğu bölgede hasarlı olduğundan bu kelime okunamıyor. Söz konusu bu kelime **Struve**’ye göre “yarım yumurta (inr)” ve **Peet**’e göre “yarım silindir (ipt)”dir. Bu nedenle sepetin yüzey alanı için **Struve**’nin önerdiği yarı kürenin yüzey alanı mı, yoksa **Peet**’in önerdiği yarı silindirin yanal alanı mı sorusu doğal olarak yükseldi.

Şimdi tartışmanın geçtiği yere odaklanalım.



Resim 3.5. MMP 10’un ilk 6 satırı (Bkz. “[No. 10 XVIII](#)”). Tartışmanın geçtiği yerdeki kelimeyi kırmızı dikdörtgenle çevreledim. Papirüs bu bölgede hasarlı olduğu için bu kelime okunamamaktadır. Ama bu kelimenin başındaki ve sonundaki parçalar görülmektedir. Sorun, henüz bu kelimeyi okuyabilecek Mısır diline hâkim değiliz. Dolayısıyla bu kelimeyi okuyabilmemiz için eşdeğer bir örnek görmemiz gerekiyor ki başı (“i”) ve sonu görülen bu kelimeyi okuyabilelim. Bu kelimeyi **Struve** “**in.r**” ve **Peet** ile **Hoffmann** “**ip.t**” olarak okudular (Bkz. “[Die Aufgabe 10 des Moskauer mathematischen Papyrus](#)”, S. 24, 33. dipnotla ilişkilendirilen şekle). Sondaki kelimenin Büyük Piramit’in kaplaması için kireç taşlarının taşınmasından sorumlu denetçi **Merer**’in “r”sine ve daha çok “**hekat**” sembolüne benzediğini söyleyebilirim (Bkz. “[Kraliyet Ekipleri İçin Ekmek ve Tahıllar: El-Jarf Vadisi’ndeki Büyük Muhasebe Papirüsü: Papirüs H](#)” ve “[Mısır’ın Büyük Piramiti: Yeni Kanıt 2017](#)”). Aradaki harfleri okumak mümkün değil ama “**hekat**” sembolü nedeniyle MMP 10’un hacim problemi için değil alan problemi için verilmiş olduğuna dikkat ediniz.

Hekat Hesapları

Genel olarak Hekat hesapları şu şekilde yapılmaktadır: Tabanları d RC çapında daireler ve bu tabanlar arasındaki yüksekliği h RC olan silindirin içindeki koninin hacmi $V_1 = \frac{h}{3} \left(d - \frac{d}{9} \right)^2 RC^3$ olmak üzere $V_2 = 3V_1 + \frac{3V_1}{2} = \frac{9}{2}V_1 = \frac{2h}{3} \left(d + \frac{d}{3} \right)^2 Khar$ ve $100 \cdot \frac{V_2}{20} = 5V_2 Hekat$ ’tır (Bkz. “[Hacimler](#)”, S. 80-83). Burada $V_2 = \frac{9}{2}V_1 = 2 \cdot \frac{9}{4}V_1 = 2 \cdot \frac{h}{3} \left(\frac{3}{2}d - \frac{3}{2} \cdot \frac{d}{9} \right)^2 = \frac{2h}{3} \left(d + \frac{d}{2} - \frac{d}{6} \right)^2 = \frac{2h}{3} \left(d + \frac{d}{3} \right)^2 Khar$ olduğuna dikkat ediniz. Buna göre eğer sepetin çapını $d = 4 \frac{1}{2} El$ yerine $\frac{2}{\pi_M} \gtrsim d = \frac{31}{49} RC = 4 \frac{3}{7} El = 4 + \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{28} El$ alırsanız, Şekil 3.1.a’daki silindirin hacminin $\frac{1}{2} Hekat$ ’ı ve kürenin hacminin $\frac{2}{15} Hekat$ ’ı 3 ondalıkla doğruladıklarını görürsünüz.

Buradaki gözlem ve önerim şudur: Kâtibin 3-4. satırlarda “**sepet yarım X şeklinde olduğundan**” vermesi bana doğru gelmedi. Çünkü sepetin özelliği ya da şekli 4. satırda ya da hesabın ilgili yerinde (12. satırın başında) verilmesi daha uygun olurdu. Bunun nasıl olduğunu kâtibin hesaplarından çıkarttığım (3.3) ve (3.4)’te gösterdim!

Gillings'e göre, **Peet**, ilk çevirisinde (S. 13) sepet ağzını $2d = 9$ Khet ve yüksekliğini $d = 4\frac{1}{2}$ Khet olarak Şekil 3.1.a'daki silindirin alt ve üst tabanlarının alanlarını ve ikinci çevirisinde (S. 13) sepet ağzını ve yüksekliğini $d = 4\frac{1}{2}$ Khet olarak Şekil 3.1.a'daki yarı silindirin yüzey alanını hesaplar. Fakat **Peet** ilk çeviride MMP 10 metninde mevcut olmayan $2d = 9$ Khet'lik sepet ağzını ve ikinci çeviride yine MMP 10 metninde mevcut olmayan silindirin $d = 4\frac{1}{2}$ Khet'lik yüksekliğini alır (Bkz. "[Firavunlar Zamanındaki Matematik \(Mathematics In The Time of The Pharaohs\)](#), The Area of A Semicylinder and The Area of A Hemisphere, S. 197-201). Yani **Peet**, her 2 çeviride de MMP 10 metninde mevcut olmayan eklemelerle metni yanlış yönlendirmiştir, daha doğrusu **Arşimet**'in yukarıdaki önermelerine göre yönlendirmiştir. Ben **Peet**'in bu yanlış yönlendirmelerinden çok, kâtime Eski Mısır dilini öğretmesine şaşıyorum. Çünkü Moskova Matematik Papirüsü'nü yazan kâtip, sıradan biri değil firavun **3. Amenemhat**'ın saray katibiydi!

Burada **Peet**'in çevirileri için yararlandığım **Leon Cooper**'ın 20.10.2009 tarihli "[Moskova Matematik Papirüsü'ndeki Problem 10'un Yeni Bir Yorumu](#)" makalesine de bir göz atalım (ki makaleye doğrudan erişim için sayfadaki "View PDF"ye basınız).

Makalenin özeti şu şekilde verilmiştir: "**Peet**'in işaret ettiği gibi, **Struve** kâtinin 'sepet' kelimesini 'nb.t' 3 boyutlu yarıküre şeklini (yani çanak şeklini) ifade eden teknik bir terim olarak yorumlamış ve genellikle 'ağız' olarak tercüme edilen 2. satırdaki 'tp.r' kelimesini yarıkürenin açıklığının genişliğine (yani çapına) atıfta bulunmak için kullanmıştır. **Peet**, orijinal metnin paleografik analizinin yalnızca sorunun bir bütün olarak 2 farklı yorumuna izin vermekle kalmadığını, aynı zamanda **Struve**'nin analizi için de önemli zorluklar yarattığını ileri sürmüştür.

Papirüsteki hasarın önemli bir kelimeyi okunamaz hale getirdiğini ve papirüsün muhtemelen daha eski bir metnin yazıcı kopyası olduğu gerçeğini göz önünde bulunduran **Peet**, eserin olası orijinal amacı için 2 okuma önerdi -bunlardan ilki MMP 10'un (3 boyutlu) bir yarıkürenin yüzey alanına değil, (2 boyutlu) bir yarı dairenin alanının bulunmasına atıfta bulunduğudur. Bunun böyle olması için **Peet**, **Struve**'yi önermiştir. **Neugebauer** problemin yarıküre şeklindeki bir tahıl silosu çatısının yüzey alanı ile ilgili olduğunu, **Hoffmann** ise yarı silindirik bir konturla inşa edilmiş tonozlu bir mezar tavanının yüzey alanı ile ilgili olduğunu öne sürmüştür. Bu teorilerin daha ayrıntılı tartışması ileride yapılacaktır."

Leon Cooper, 17 sayfalık makalesinde **Struve**'un 1930 tarihli ve **Peet**'in 1931 tarihli makalelerini karşılaştırır ve yeni bulgular ışığında **Peet**'in çevirisinin doğru olduğunu önerirken MMP 10'da niyet edilen metni de makalesinin sonunda verir. Fakat **Cooper**, S. 26'daki düzeltilmiş metinde 2. satırda sepet ağzını $\frac{1}{6} RC$ 'nin $4\frac{1}{2}$ katını yani $d = 4\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} RC = \frac{3}{4} RC = \frac{3}{400}$ Khet ve yüksekliği bunun yarısı $\frac{d}{2}$ olan silindiri olarak daha baştan hata yapar!

Burada asıl can alıcı nokta şu analizdedir: Kâtip eğer yarı silindirin yanal yüzey alanını bulmak isteseydi, o zaman (3.4)'teki alanı Şekil 3.1.a'da $\frac{C}{2} \cdot d$ yerine $C \cdot \frac{d}{2}$ ile hesaplardı ve bu durumda küreden söz etmemiz aşırı bir zorlama olur, dolayısıyla absürt kaçardı. Çünkü bu durumda **Peet**'in 2. çevirisi geçerli olurdu (ki **Arşimet**'in [Önerme 13](#)'teki şekillerini yamultarak. Çünkü kâtip ile **Arşimet**'in her ikisi de dairenin çevresini taban ve yüksekliğini dairenin çapı olarak alırken dik üçgende alan hesapları farklıdır: Kâtip (3.4)'teki alanı C 'yi 2 bölerek hesaplarken, **Arşimet** dairenin çapını 2'ye bölerek hesaplar!

Örneğin, **Arşimet**, [Önerme 13](#)'teki ilk şekilde [Önerme 1](#)'deki dairenin alanını şu şekilde hesaplar (ki bu hesapta A'daki dairenin çapının $|DM| = \frac{d}{2} = |MC|$ ve B'deki dairenin çapının $|FE| = d = |EN|$ olacak şekilde 2 eşit parçaya bölündüklerine dikkat ediniz):

$$(3.14) \quad Alan(KDM) = \Delta KDM = \frac{|DK| \cdot |DM|}{2} = \frac{|FL| \cdot |DM|}{2} = \frac{C \cdot d}{4}.$$

İkinci şekilde kürenin yüzey alanını ise (3.13)'teki gibi $2d$ 'yi 2'ye bölerek hesaplar ve o zaman yarı kürenin yüzey alanından, dolayısıyla küreden söz edemezdik. Oysa kâtip, sepetin yüzey alanını (3.4)'teki $\frac{C}{2} \cdot d$ formülüne göre hesaplamış ve küreyi Şekil 3.1.a'daki gibi ya da **Arşimet** gibi silindirin içine tam oturtmuş ve orada yarı silindirin yüzey alanından ziyade yarı kürenin yüzey alanına dikkat çeker!



Resim 3.6. Ajan Smith: "Ancak senin de bildiğin gibi görünüş yanıltıcı olabilir. Bu da beni neden burada olduğumuz konusuna getiriyor", [Matrix Reloaded](#).

Peki bunu neden yapıyorlardı? Tabii ki **Arşimet**'in en çok övündüğü hatta mezarına bile konulan "[Kürenin Hacmi](#)" çalışmasını kurtarmak için. Çünkü **B.L. van der Waerden**'in de belirttiği gibi **Arşimet**'in "[Kürenin Hacmi](#)" alelade (sıradan) bir çalışmaya dönerdi (Bkz. "[Bilimin Uyanışı](#)". "Sıradan"lık orijinalde tam tersine şöyle geçer (Bkz. S. 33): "According to **Peet**, the basket can also be taken to be a half-cylinder; this reduced this astounding accomplishment, which would have antdated **Archimedes** by more than a thousand years, to something quite ordinary (**Peet**'e göre sepet yarı silindir olarak da düşünülebilir; bu da **Arşimet**'ten bin yıldan daha eski olan bu şaşırtıcı başarıyı oldukça sıradan bir şeye indirgedi)"). Kaldı ki **Arşimet** bu çalışmaları sıfırdan ortaya çıkarmış değildi!

Şimdi MMP 10'daki sepetin nasıl bir şey olabileceğine ilişkin aşağıya çıkarttığım eski Mısır'daki örneklerle bakalım.

Eski Mısır'daki Kovalar, Seramikler, Sepetler

Peet'e göre bu sepet bir yarıküre değil, *Arşimet*'teki gibi kürenin içine tam oturduğu bir silindir şeklindeydi. Ama sağdaki resimde *Khufu*'nun babası *Snefru*'dan kalma Bent piramitin yapımında kullanılan kovaların hiçbirinde bu tür bir silindir göremezsiniz. Buna göre Büyük Piramit'in yapımında kullanılan malzemeleri az çok tahmin edebilirsiniz ki konumuza uygun Giza Piramitleri'nin güneydoğusunda yapılan kazılarda (Resim 3.8'de görülen) seramikler de keşfedildi.

Burada şu gözlemlerimi aktarmama izin veriniz: *Khufu*, dedesi *Huni*'nin kopyası gibidir. Bu mükemmel kopyalama annesi *I. Heteferes* yoluyla olur. Yani *Khufu*'nun dedesinin reenkarnasyonu olması şaşılacak bir durumdur. Çünkü bu öyle bir benzerliktir ki uzman olmayan gözler *Huni* ile *Khufu*'yu birbirine karıştırabiliyor (Bkz. "*Des pharaons célèbres...*"). Çok ilginçtir, Kuzey Kore'nin şimdiki lideri *Kim Jong-Il*'in halefi olması beklenen 27 yaşındaki *Kim Jong-Un*'un ülkenin kurucu lideri *Kim Il-Sung*'a benzemek için estetik bir ameliyat geçirdiği söylenir.

Toruna 'kurucu dede' estetiği

Kuzey Kore'nin kurucusu *Kim Il-Sung*'un 27 yaşındaki torununun dedesine benzemek için estetik ameliyat olduğu öne sürüldü.



Resim 3.7. Piramitin kuzeyindeki azalan koridorun hemen başındaki, kapıya yakın yerde kum ve molozları kazmak ve taşımak için kullanılan kesik koni şeklindeki deri kovalar görülüyor, [The Bent Pyramid](#).



Resim 3.8. Kayıp şehir Giza'da keşfedilen seramikler. Ortadaki büyük olanı tam da *Struve*'un 6. satırda okuduğu "*Yumurta (inr)*"ye benziyor. Ama bundan daha önemlisi, *Khufu*'nun Saray'ı da burada, halkıyla birlikte iç içe idi. Bunun hayali bile piramit araştırmacılarının rüyalarını süsler. Çünkü *Khufu*, Nil deltasından Asuan'a kadar tüm Mısır'a hükmeden ilk İmparator idi, [The Lost City](#).

yaptı. JoonAng Sunday gazetesi de Kuzey Kore'de gizlice cep telefonu yoluyla 3 kişiyle röportaj yaptıklarını, bu kişilerin ülkede Güney Kore'de olduğu gibi benzer spekülasyonlar yapıldığını aktardıklarını yazdı (Bkz. "[Toruna 'Kurucu Dede' estetiği](#)").

Bunlar Eski Krallık Dönemi'nden, piramitlerden seçtiğim örnekler. Sağda Orta Krallık Dönemi'nden (M.Ö. 1981-1640) kalma ve silindire benzer bir sepet görüyorsunuz. *Galal Ali Hasan*'ın "[Mechanical Engineering in Ancient Egypt, Part 56: Basketry Industry](#)" adlı makalesinde ise II. Hanedanlık Öncesi Dönemi'den Geç Dönem'e kadar çeşitli şekillerdeki sepetleri görebilirsiniz. Fakat favori örneklerim 6. Hanedanlıktaki *Mehu'nun mezarındaki* "[sepetleri taşıyan kadınlar](#)" kabartmasındadır. Günlük hayattan alınma bu sahnede kadınlar başları üzerlerinde yarım küre, silindirimsi ve kesik koni şeklindeki sepetleri taşırlar.

Özetle bu örneklerden gördüğünüz gibi MMP 10'daki sepeti *Struve*'nin yarım küreye ve *Peet*'in absürt çıkarımı olan yarı silindire dönüştürmesi doğru değildir. Çünkü metinde bu sepetin nasıl olduğuna ilişkin kesin bir bilgi yok ve anlaşılabilir bir yazım olduğu için metindeki sepet sadece kâtibin yaşadığı dönemdeki Mısırlılar (muhtemelen 3. *Amenemhat*'ın dönemi), o da probleme aşına olan Mısırlılar, tarafından bilinebilecek bir bilgiydi. Belki de *Peet* orada onlarla bu sepetin nasıl olduğunu tartışıyordu, kim bilir!

III. Formül Hakkında

Şimdi *Peet*'in 2. çözüm önerisine bakarsak, ona göre, sepetin yüzey alanı Şekil 3.1.a'daki silindirin KL ekseninden geçen düzlemce kesilen yarı parçası olup şu şekildedir (Bkz. "[Firavunlar Zamanındaki Matematik \(Mathematics In The Time of The Pharaohs\)](#)", *The Area of A Semicylinder and The Area of A Hemisphere*, S. 197, Figure 18.1. *Peet*'in 2. çeviri için "[Eski Mısır Bilimi: Bir Kaynak Kitap, Cit 3](#)", S. 218-219'a bakınız): Silindirin yanal alanı



Resim 3.9. Orta Krallık Dönemi'nden kalma kapma kapağıyla birlikte bir sepet, [Basket and lid](#).

$$(3.15) \quad A_{YA} = \text{Yanal Alan} = \frac{\text{Taban Çevresi} \times \text{Yükseklik}}{2} = \frac{(\pi \cdot d) \cdot d}{2} = 2\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx 2 \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$$

olmak üzere yarı silindirin alanı

$$(3.16) \quad \frac{A_{AT} + A_{UT} + A_{YA}}{2} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 + \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 2\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2} = 2\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \approx 2 \left(d - \frac{d}{9}\right)^2$$

dir. Bu formüllerden ilki **Arşimet** tarafından “silindirin yüzeyi” olarak nitelendirirken mektuplarda silindirin alt ve üst tabanlarının alanlarının toplamına dönüştürülmüştür. Ama aynı hatanın silindirin kendisi için de yapılmış olması affedilir gibi değildir (Y.N. **Reviel Netz**’e göre “Kendisi” kelimesi, hacimler arasındaki ilişkiye dair bu cümleyi, yüzeyler arasındaki ilişkiye dair bir sonraki cümleden ayırmaktadır. Başka bir deyişle, silindirin “kendisi” bizim “silindirin hacmi” dediğimiz şeydir. Yunan matematiğinin önemli bir özelliğinin bir örneği olduğu için bu hemen vurgulanmaya değerdir: İlişkiler öncelikle geometrik nesneler arasındadır, nesneler üzerindeki niceliksel fonksiyonlar arasında değil. Sanki bir silindir ve 2 niceliksel fonksiyon varmış gibi değil: “Hacim” ve “Yüzey”. Bunun yerine, doğrudan tartışılan 2 geometrik nesne vardır: Silindir ve yüzeyi. Bkz. “[Küre ve Silindir Hakkında I, II](#)”, S. 32, Dipnot 6).

Burada şu formül konuya ışık tutar: Şekil 3.1.a’da Ç silindirin taban çevresi, $A_{YA} = A_{Küre}$ ve $V_{Silindir}$ silindirin hacmi olmak üzere şu eşitlik geçerlidir (Y.N. Kürenin yüzey alanının ve hacminin günümüzdeki formülleri Hintli matematikçi **II. Bhaskara**’dan gelir):

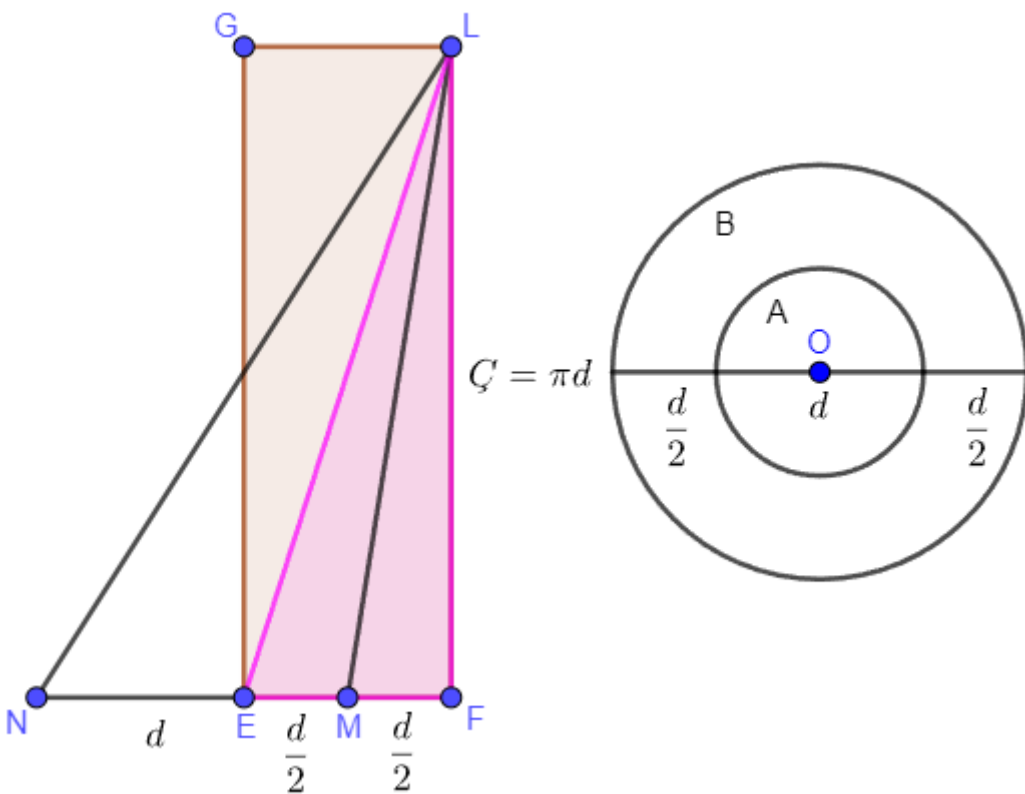
$$(3.17) \quad \left(\frac{A_{YA}}{2}\right)^2 = \zeta \cdot V_{Silindir}.$$

Luca Miatello’nun Makalesi Hakkında

Şimdi İtalyan Mısır bilimci **Luca Miatello**’nun “[Moskova Matematik Papirüsü’nün 10. Problemi: Bozuk parça mı teknik özellik mi?](#)” makalesini inceleyebilirim. Öncelikle buraya kadar bu makaleden haberim yoktu, dolayısıyla **Luca Miatello** ile benim buraya kadar verdiğim keşifler birbirimizden tamamen habersiz olarak ortaya çıkmıştır. Bu nedenle Büyük Piramit’teki araştırmalarıyla yakından tanıdığım **Luca Miatello**’nun bulgularını sıcağı sıcağına değerlendiriyorum (Bkz. “[Piramit hiyerogliflerinin gizemi: Hepsi bir araya geliyor](#)”. Haberde geçen “121 RC” bulgusu doğru değildir. Bir diğer sürprizim aşağıdaki sayfadadır. Bakalım, 1965’te Büyük Piramit’te çalışan 2 İtalyan Mısır bilimciyi tanıyabilecek mi? Ama asıl sürprizi makalesini değerlendirirken vereceğim. Bu resimleri ilk kez 3.2.2024, 03:23:25’te “[Büyük Piramit’in 4 Kanalı İçin Tek Çözüm](#)” belgeseli izlerken (ki Youtube’da 02.02.2024, 21:00’da yayınlandı) 30:22’de görünce benim için çok büyük bir sürpriz oldu. Eğer bu resimleri daha önceden görseydim mutlaka [TESTO 5.10](#)’a koyardım ve [Ancient Architects](#) adlı youtube kanalının yöneticisi **Mat Sibson**’nun bu belgeseli yapacağını **Stefan Bergdoll** ile 2023 yazındaki yazışmalarımdan biliyordum. Bkz. “[Kral Odası’nın Şaftlarının Geometrisi](#)”).

Miatello, makalesinde metnin ilk 6 satırı için daha önce önerilen çevirilerin kısa bir tartışmasını ve alternatif bir okumayı sunar. Buna göre ilk satırdaki “nb.t (sepet)” kelimesinin tek başına diğer matematik metinlerinde gözükmeyeceğini, bir ismin önüne geldiğinde, dolayısıyla bir ismi nitelediğinde anlam kazandığını söyler. Örneğin demotik metinlerde “nby”, dairenin bir bölümünü belirtmek için kullanılır. İkinci satırdaki “tp.r” kelimesinin “ağız açıklığı” olduğu nettir ve bunu MMP 4 ve RMP 51’e göre “taban” olarak düşünür. Üçüncü satırdaki “d (çoğul)” kelimesini “çöl arazisi kenarı” ve “ekim alanı sınırı” ile ilişkilendirirken, demotikte “t” gibi, kelimenin alan veya uzunluk olarak ifade ettiğinden söz eder. 6. satırda bir şeyin yarısı olduğu belirtilen “nb.t” için 3 ana geometrik nesne önerildiğini söyler: Bir yarı küre (veya bir kubbe), bir yarı daire ve bir yarı silindir. Bu nesnelerin her biri için, problemin nihai sonucu olan 32 Setat bir alan olarak hesaplanabilir.

Miatello bundan sonra sepetin **Struve**’ye göre yarı küre olduğuna ilişkin hipotezini, **Peet**’e göre yarı daire ve silindir olduğuna ilişkin hipotezlerini, **Neugebauer**’e göre yarı kubbe olduğuna ilişkin hipotezini, **Hoffmann**’a göre yarı silindirik tonozlu bir tavan olduğuna ilişkin hipotezini, **Cooper**’a göre yarı silindir olarak hesaplanan bir yarı küre olduğuna ilişkin hipotezini ve **Michel**’e göre bir yarı küre ya da bir “j[tn]”nin yarısı olduğuna ilişkin hipotezini tüm detaylarıyla birlikte verdikten sonra “yarı silindir” hipotezlerini toplu olarak inceler.



Şekil 3.3. Arşimet’in Önerme 13’teki şekillerinin toplu gösterimi.

Örneğin **Heron**, **Arşimet**’te göremediğimiz ilk kitaptaki [Örnek XXX](#)’daki açık örneklerinde [ilkin](#) yarı dairenin çapını 12 ve $\pi = 3$ alarak alanı 54 ve [ikinci](#)sinde çapı 14 ve $\pi = \frac{22}{7}$ alarak 77 bulur (Y.N. “[The Code 65](#)”’in yazarı Yunanlı mimar, 172. Bölüm’de bir kenarı 7 olan karenin içindeki çemberin çevresini $\zeta = \pi d = \frac{22}{7} \cdot 7 = 22$ olarak bulur ve çevrenin d çapından nasıl bulunduğunu 168. Bölüm’de açıklar). 2. kitaptaki [Örnek XIII](#)’te taban çapı 28 ve yüksekliği 12

Bu incelemeler sırasında **Miatello**’nun [Şekil 6](#)’ya göre “**Peet** ve **Hoffmann**’a göre sepetin (nb.t) çapı ve derinliği $d = 4\frac{1}{2}$ olsa da, nesnenin bir silindir olduğu varsayıldığında kavisli yüzey alanı 32 değil 64 olacaktır” çıkarımının doğru olmadığına dikkat ediniz. Çünkü yarı silindirin yüzey (yanal) alanı 32 Setat ve buna alt ve üst tabanlardaki dairelerin 32 Setat’lık alanları eklendiğinde toplam 64 Setat yapar. Bu sonucu **Arşimet**’in [Önerme 13](#)’ündeki şekillerinden topladığım yandaki şekilden açıkça görebilirsiniz.

Arşimet’e göre tabanı kürenin en büyük dairesinin çevresi ve yüksekliği bu dairenin çapı olan silindirin yüzey (yanal) alanı LFN dik üçgeninin alanı (ki bu, B dairesindeki düzgün çokgenin alanıyla temsil edilmektedir) ya da [EL] köşegeniyle gösterilen A dairesindeki prizmanın (tabanları hariç) yüzey alanıdır (ki bu, aynı zamanda EFLG dikdörtgeninin alanı demektir ama ispatta bundan bahsedilmez).

Bu durumda şu sonuçlar çıkar:

1. A dairesinin alanı LFM dik üçgeninin alanına eşittir (Bkz. [Önerme 1](#)). Bu önerme **Heron**’un [Metrica](#)’sında da aynen kullanılır. Örneğin **Heron**, **Arşimet**’te göremediğimiz ilk kitaptaki [Örnek XXX](#)’daki açık örneklerinde [ilkin](#) yarı dairenin çapını 12 ve $\pi = 3$ alarak alanı 54 ve [ikinci](#)sinde çapı 14 ve $\pi = \frac{22}{7}$ alarak 77 bulur (Y.N. “[The Code 65](#)”’in yazarı Yunanlı mimar, 172. Bölüm’de bir kenarı 7 olan karenin içindeki çemberin çevresini $\zeta = \pi d = \frac{22}{7} \cdot 7 = 22$ olarak bulur ve çevrenin d çapından nasıl bulunduğunu 168. Bölüm’de açıklar). 2. kitaptaki [Örnek XIII](#)’te taban çapı 28 ve yüksekliği 12

olan silindirin hacmi 7392 olarak hesaplanırken tabandaki dairenin alanı için ilkin çevresi 88 olarak hesaplanır. Buna göre **Heron**'un, [Örnek XIII](#)'teki [S. 131](#)'deki [5 no'lu paragraf](#)ta “Ancak, farklı şekilde de ölçülebilir. $AZ = 14$ ve yarıçap olduğundan çap 28 olacaktır. Dolayısıyla dairenin çevresi 88 olacaktır, bu nedenle speira (torus) sarılır ve bir silindir haline gelirse, 88 uzunluğa sahip olacaktır. Şimdi silindirin tabanının çapı, yani $BT = 12$. Dolayısıyla, öğrendiğimiz gibi, silindirin hacmi 7392 olacaktır. Yine, sonuç $9956\frac{4}{7}$ ’dır.” söylediği gibi MMP 10’un 6. satırındaki sepet için X şekli ister yarı silindiri ister yarı küreyi göstere (3.4)’teki 2. alan formülü her ikisini de verir. Çünkü Şekil 3.1.a’daki silindirin yüzeyi küreye sarıldığında tam örter!



Resim 3.10. [Celeste Ambrogio Rinaldi \(1902-1977\)](#). 7.11.1902’de Torino’da doğdu, 1926’da inşaat mühendisi olarak mezun oldu. Mimar olarak başarılı bir kariyer sayesinde, ilgi alanı olan Eski Mısır Mimarisi ile ilgili araştırmaları finanse etti. Onun ölçümleri [Cesare Cesariano](#)’nun bakış açısıyla değerlendirildiğinde piramitlerdeki yapıların tasarımlarını görmek zor olmaz (Bkz. [Resim 1.1.15](#)). Bana göre [Rinaldi](#) ve [Maragioglio](#) muhteşem bir ikili olup İtalya’da tüm zamanların en iyi mimar ve arkeologlarıdır.

Yuvarlak nesnelerin hesaplanmasına yönelik Mısır algoritmalarında π kullanılmaz: Bir daire, kenarları $\frac{1}{9}$ oranında kısaltılmış bir karenin alanına eşittir (RMP 50) ve çevresi de bu karenin $\frac{1}{9}$ oranında kısaltılmış çevresidir. **Struve**’nin yorumunu destekleyen yazarlar tarafından da Moskova papirüsünün 10. probleminin algoritmasında bir yarı çevre hesaplaması tanımlanmıştır, ancak bir yarı kürenin kavisli yüzey alanının nasıl ölçülmüş olabileceği belirsizdir. Bunun yerine, bir yarı çevrenin uzunluğunu bilmek, bir yarı silindirin kavisli yüzey alanının hesaplanmasını kolaylaştırmaktadır.

Sonuç olarak, bu çalışma, sepetin ‘**nb.t** (sepet)’ yarı silindirik nesne olarak önceki yorumlarında değerlendirildiği gibi, ‘**nb.t m tp-r** (sepet ağız)’ kısmının mutlaka bozuk olmadığını öne sürmektedir. Cümle, **Fetekta**’nın mezarındaki ‘**nb.t**’ye bir belirleyicinin eklenmesine benzer şekilde, belirli bir sepet türünü karakterize edebilir. Aynı papirüste ‘**tp-r** (ağız)’ için ‘**taban**’ anlamının tasdik edildiği ve Beni Hasan’dan bir mezar modelinde tabanı yarı silindirik olan bir kabın tasvir edildiği göz önüne alındığında, ‘**tabanı örtülü sepet**’ makul bir okuma gibi görünmektedir. ‘**r**’ terimi bir edat değil, bir isim olacaktır. Problem metninde bir yarı çevrenin hesaplanmasını içeren önemli bir algoritma tanımlanmıştır. Böyle bir algoritma, Rhind papirüsündeki bir dairenin alanının hesaplanması için kullanılan algoritma gibi, π sabitini kullanmaz, ancak her ikisi de çevrenin çapa oranının yaklaşık 3.16 olduğunu ima eder ki bu o zaman için şüphesiz dikkate değer bir başarıdır.”

Yukarıdaki açıklamalardan gördüğünüz üzere **Miatello** yarı dairenin çevresini (3.3)’te gösterdiği gibi değil,

$$(3.18) \quad \frac{C}{2} = \frac{\pi d}{2} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{256}{81} \cdot d = \frac{1}{2} \cdot \frac{256}{81} \cdot 4 \frac{1}{2} = 7 \frac{1}{9}$$

2. B dairesinin alanı LFN dik üçgeninin ya da EFLG dikdörtgeninin alanına eşittir. **Arşimet**, bu sonucu [Önerme 33](#)’te A dairesinin alanının 4 katı olarak verir.

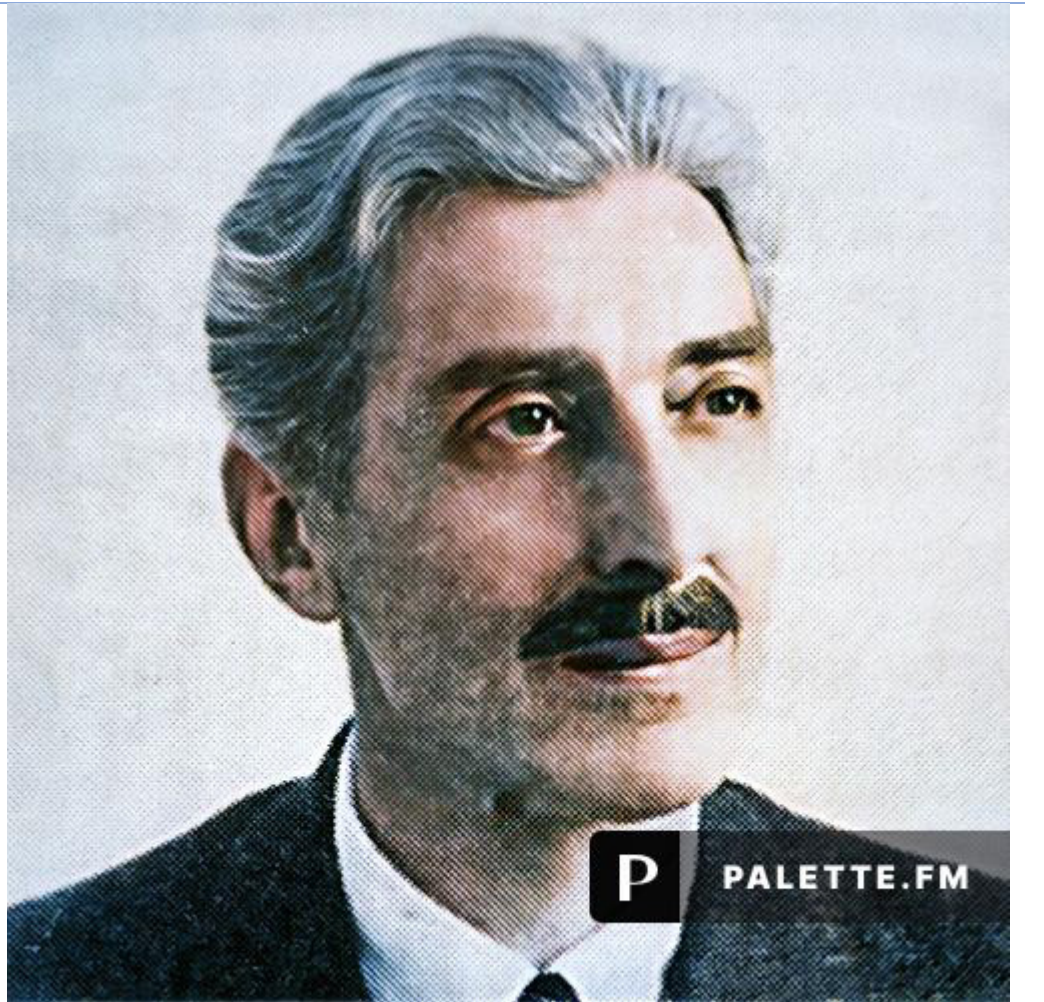
3. MMP 10’daki yüzey alanı LFE dik üçgeninin alanına eşittir.

Şu hâlde bu sonuçlara göre **Miatello**’nun çıkarımı doğru olmaz. Çünkü [Şekil 6](#)’daki yarı silindirin kavisli yüzeyi LFE dik üçgeninin alanı olarak 32 Setat’tır ve buna ancak tabanlardaki dairelerin birleşiminden elde edilen 2A ya da $\frac{B}{2}$ dairesinin alanı eklendiğinde 64 Setat olur. Öyle görünüyor ki, **Miatello**, “64 Setat” derken muhtemelen aklı RMP 48 ve 50’de kaldı ve bu problemlerle MMP 10 arasında bir bağlantı kurarak bir sonuç çıkarmaya çalışıyor!

Bana göre **Miatello**’nun makaledeki kayda değer tek çalışması, “Çapı $4\frac{1}{2}$ olan dairenin yarı çevresinin rektifikasyonu”dur. O, MMP 10’daki yarı silindir yüzey alanının çapı $4\frac{1}{2}$ olan dairenin alanının 2 katı olarak, boyutları 4 ve 8 olan dikdörtgen (geçiş dikdörtgeni) vasıtasıyla boyutları $4\frac{1}{2}$ ve $7\frac{1}{9}$ olan dikdörtgenden elde edilmiş olduğunu söyler. Ama bunu hem doğru açıklayamamış hem de işin içine yarı dairenin çevresini sokarken MMP 10’da nasıl bir hesap yapıldığını anlayamadığı için gösterememiş!

Bu konuda **Miatello**, makalesinin sonunda şunları söyler:

“Bir çevrenin hesaplanması için 2 yerine 4 sabiti kullanılırdı. Bu muhtemelen çevrenin bir karenin çevresine dönüştürülerek düzeltildiğini gösterir. Böyle bir süreç [Şekil 7](#)’de $4\frac{1}{2}$ çapındaki bir yarı çevrenin hesaplanmasına referansla gösterilmiştir.



Resim 3.11. [Vito Maragioglio \(1915-1976\)](#). 1915’te Gropella’da doğdu, 2. Dünya Savaşı’nda İtalyan ordusunda görev yaptı ve topçu albay rütbesine yükseldi. Fakat 1945’te sağlık sorunları nedeniyle ordudan ayrılmak zorunda kaldı ve paleografi ve Mısır bilimi çalışmalarına odaklandı. 1946’da [Celeste Rinaldi](#) ile tanıştı ve ikili Memfis bölgesindeki piramitleri belgelemek için büyük bir projeye girişti. Her ikisi ölene kadar piramitlerde çalıştılar. Kitapları hala piramitlerin üzerine standart çalışma olarak kabul edilmektedir.

Bölüm 3: MMP 10

şeklinde alır. Çünkü bu hesapta (2.1)’deki π ’yi kullanır ama Eski Mısır Matematiği’nde π ’nin hiç kullanılmadığını söyler! Alanlara gelince, [Şekil 7](#)’deki yarı dairenin alanından (3.4)’teki ilk alan formülüne Şekil 3.1.c’deki karenin yarı alanıyla geçiş yapar. Fakat bunun için kâtibin (3.1)’e göre (3.2)’deki alan hesabını yapmadığını biliyoruz. Çünkü bu durumda hesap MMP 10’da verildiği gibi değil 8 ile 4’ün çarpımından 32 Setat olarak son derece kolay olurdu!

Peki **Miatello**, MMP 10’u nasıl çözmüştü?

İlk kez “[The nb.t in the Moscow Mathematical Papyrus and a Tomb Model from Beni Hasan, Journal of Egyptian Archaeology 96 \(2010\), 228-32](#)”de verdiği çözüme göre, D_1 silindirin tabanındaki dairenin çapı ve D_2 silindirin yüksekliği olmak üzere $D_1 = 4\frac{1}{2} = D_2$ için (3.18)’den (3.3)’ü şu şekilde elde ederiz:

$$(3.19) \quad \frac{C}{2} = \frac{\pi D_1}{2} \approx \frac{\frac{256}{81} \cdot D_1}{2} = \frac{128}{81} \cdot D_1 = \frac{16D_1}{9} \cdot \frac{8}{9} = \left(2D_1 - \frac{2D_1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right).$$

Miatello, [69. sayfa](#)daki MMP 10’un çözümünde ilkin $\frac{2D_1}{9} =: (1)$ ve $2D_1 - \frac{2D_1}{9} = 2D_1 - (1) =: (2)$ işlemlerini yapar. Fakat $\left(2D_1 - \frac{2D_1}{9}\right) \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{9} \cdot (2) =: (3)$ işlemini yaparken dağılma özelliğini görmez. Çünkü,

$$(3.20) \quad \left(2D_1 - \frac{2D_1}{9}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) = 2D_1 - \frac{2D_1}{9} - \left(2D_1 - \frac{2D_1}{9}\right) \cdot \frac{1}{9} = (2) - (3) =: (4)$$

tür.

Bu sonuçla birlikte,

$$(3.21) \quad \frac{C}{2} \cdot D_2 = (4) \cdot D_2 = (5)$$

işleminde (3.4)’teki $B = \frac{C}{2} \cdot d = \frac{C}{2} \cdot D_2$ alan formülünde **Arşimet**’ten bahsetmez. Çünkü D_2 yerine D_1 aldığımızda **Arşimet**’in [Önerme 33](#)’ü geçerli olmaktadır! Özetle **Peet** ile başlayan, **Neugebauer**, **Van der Waerden** vd. ile devam eden ve onlardan sirayet ederek tüm Batıya yayılan, dolayısıyla Batılı matematikçi ve matematik tarihçilerinin yaptıkları tek şey, bu biricik gerçeği gizlemekten ibaretti!

Bakın [B.L. van der Waerden](#), **Peet**’in çevirisini gerçek sanıp nasıl da seviniyor (Bkz. “[Bilimin Uyanışı \(Science Awakening\)](#)”, S. 33-34):

“Mısırlıların dehası, eğer

Yarı Kürenin Alanı

için doğru formülü elde etmeyi başarmış olsalardı, harika ve gerçekten de anlaşılmaz olurdu!

Moskova papirüsünü düzenleyen ve yayınlayan **Struve**’nin otoritesine dayanarak, birkaç yıldır durumun böyle olduğu düşünülüyordu. **Struve**’nin çevirisinde, bu papirüsün 10. problemi² aşağıdaki gibidir:

Form der Berechnung eines Korbes (Bir sepetin hesaplama şekli), wenn man dir nennt einen Korb mit einer Mündung zu $4\frac{1}{2}$ in Erhaltung (eğer biri size ağız $4\frac{1}{2}$ ve iyi durumda olan bir sepet derse). O lass du mich wissen seine (Ober)fläche! (Bana onun (yüzey) alanını bildirin!)

Berechne du $\frac{1}{9}$ von 9 (9’un $\frac{1}{9}$ ’unu hesaplayın), weil ja der Korb die Hälfte eines Eies ist (çünkü sepet bir yumurtanın yarısıdır). Es entsteht 1 (Sonuç 1). Berechne du den Rest als 8 (Kalanı 8 olarak hesaplayın). Berechne du $\frac{1}{9}$ von 8 (8’in $\frac{1}{9}$ ’unu hesaplayın). Es entsteht $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ (Sonuç $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$). Berechne du den Rest von dieser 8 nach diesen $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ (Bu 8’in kalanını $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$ ’e göre hesaplayın). Es entsteht $7\frac{1}{9}$. Rechne du mit $7\frac{1}{9}$, $4\frac{1}{2}$ mal (Sonuç $7\frac{1}{9} \cdot 4\frac{1}{2}$ kez hesaplayın). Es entsteht 32 (Sonuç 32). Siehe, es ist seine (Ober)fläche (Bakın, bu onun (üst) yüzeyidir). Du hast richtig gefunden (Doğru bir şekilde buldunuz).

Modern sembollerle ifade edildiğinde, çap $x = 4\frac{1}{2}$ olarak alındığında, hesaplama aşağıdaki formüle göre ilerler:

$$(3.22) \quad \Omega = \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) 2x \cdot x$$

ve $\left(1 - \frac{1}{9}\right)^2$ ifadesi $\frac{\pi}{4}$ için Mısır değeri olduğundan, bu gerçekten de bir kürenin alanı için doğru formülü verecektir, yani

$$(3.23) \quad 2\Omega = \pi x^2.$$

Ancak hayal kırıklığı şaşkınlığın hemen ardından geldi. **Peet**’e göre³, sepet yarı silindir olarak da düşünülebilir; bu da **Arşimet**’ten 1000 yıldan fazla bir süre önce gerçekleşmiş olan bu şaşırtıcı başarıyı oldukça sıradan bir şeye indirger. **Peet**, **Struve**’nin tam olarak açıklığa kavuşturmadığı gramer yapısını düzeltmekle işe başlar; ‘ $4\frac{1}{2}$ ’un’ sözcüklerini ekler ve aşağıdaki gibi çevirir:

‘ $4\frac{1}{2}$ derinliğinde bir sepet ($4\frac{1}{2}$ ’un) söylendiğinde, o zaman bana alanı söyleyin’.

[Not. Bu son paragraf “[Bilimin Uyanışı](#)” kitabının Türkçe çevirisinde tam tersi olarak çevrilmiştir. Çünkü Türkçe çeviride “**Arşimet**’in “[Kürenin Hacmi](#)” alelade (sıradan) bir çalışmaya dönerdi” ifadesi geçmektedir.]

Bölüm 3: MMP 10

Bu tamamen farklı bir durumu ifade etmektedir. Tek bir $x = 4\frac{1}{2}$ sayısı yerine, şimdi her ikisi de $x = 4\frac{1}{2}$ değerine sahip iki x ve y sayısı verilmekte ve kullanılan formül şu hale gelmektedir:

$$(3.24) \quad \Omega = 2x \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right)^2 \cdot y.$$

Şimdi y 'yi yarı silindirin yüksekliği ve x 'i dairesel tabanının çapı olarak yorumlarsak, yanal alan için doğru formülü elde ederiz:

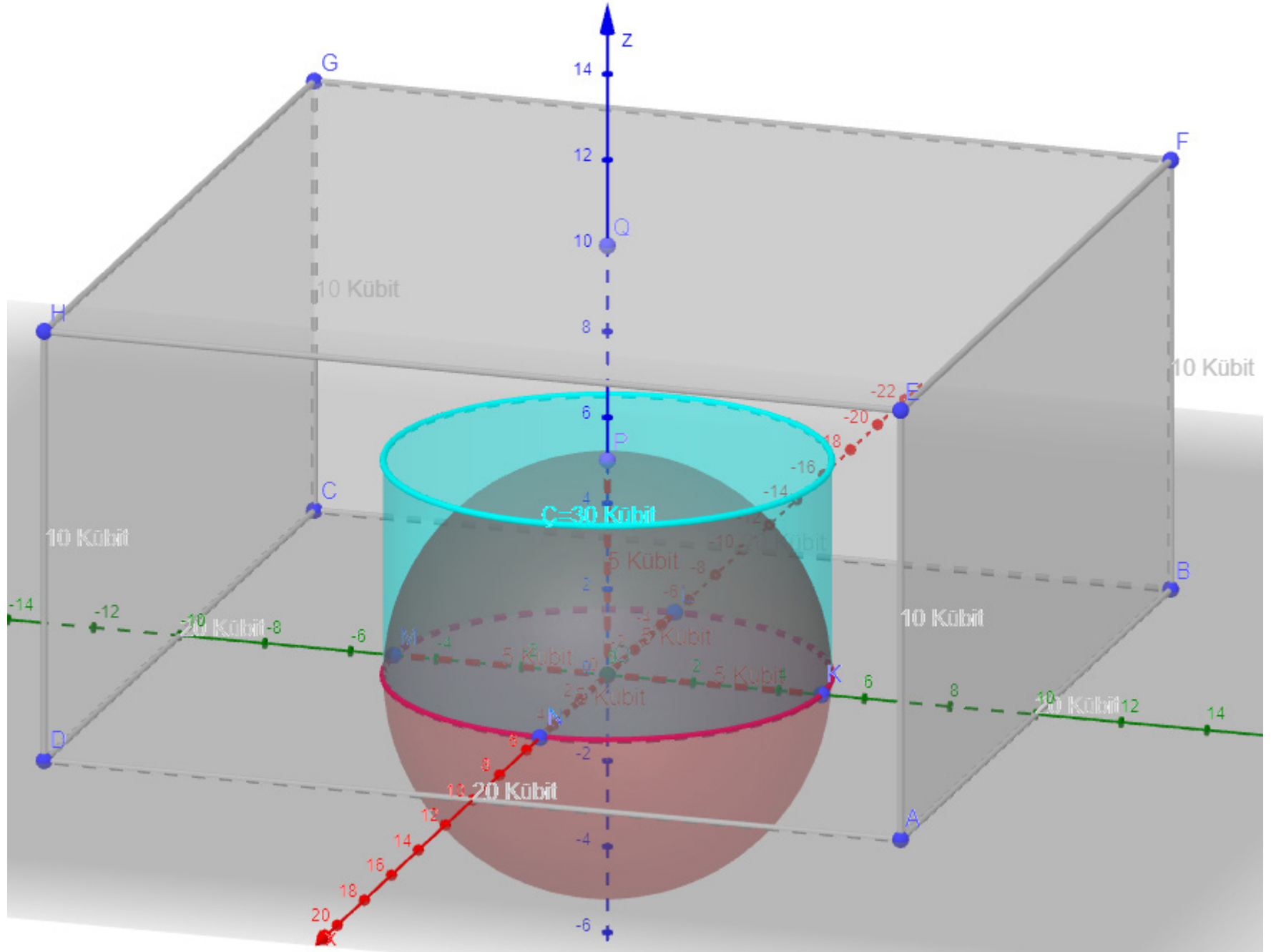
$$(3.25) \quad \Omega = \frac{\pi x}{2} \cdot y = 2x \cdot \frac{\pi}{4} \cdot y."$$

Şimdi bu parçada gördüğünüz gibi **Miatello**'nun (3.18)'deki çıkarımı (3.25)'ten gelir, ki $\frac{C}{2} = \frac{\pi x}{2}$ dir, ve bu da orijinalde **Neugebauer**'den geliyordu (Bkz. "Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abteilung A-Band 1 (1930)"). Çünkü **Neugebauer**, Yunan Matematiği'ne hâkim olduğundan oradaki bilgileri tablet ve papirüslerdeki problemleri çözerken taşıyor ve böylece onları modernleştiriyordu! (Bkz. "[Bir Matematikçinin Yolculukları. Otto Neugebauer ve Antik Bilimin Modern Dönüşümleri](#)")

Neugebauer, "[Antik Çağ'da Tam Bilimler](#)" adlı kitabının 78. sayfasında Mısır Geometrisi'ni anlatırken MMP 10 için özetle şunları söyler: "38. Mısır geometrisini burada uzun uzadıya anlatmak orantısız olacaktır. Mısır'da, çağdaş Mezopotamya'da gözlemlediğimiz temel düzeyin hemen hemen aynısını bulduğumuzu söylemek yeterlidir. Üçgenlerin, yamukların, dikdörtgenlerin vb. alanları hesaplanır ve çember için, d çapı gösteriyorsa $A = \left(\frac{8d}{9}\right)^2$ şeklinde yazabileceğimiz bir kural kullanılır. Temel hacimler için karşılık gelen formüller bilinmekteydi, buna üçgen biçimli bir piramitin hacmi için doğru bir sayısal hesaplama da dahildi. Bu ve yukarıdaki formülde elde edilen π için nispeten doğru 3.16 değeri, Mısır geometrisine karşılık gelen aritmetiksel başarılarla göre bir üstünlük sağlar. Hatta bir yarı kürenin alanının Moskova papirüsündeki bir örnekte (MMP 10) doğru olarak bulunduğu iddia edilmiştir, ancak metin çok daha ilkel bir yorumu da kabul etmektedir ki bu daha tercih edilebilirdir..."

IV. Bir Sunak ve Havuzdan Ötesi

Eski Ahit'te 1. Krallar'daki [Hiram'ın Görevi](#)ndeki ya da 2. Tarihler'deki [Tapınağın Eşyaları](#)ndaki **Süleyman**'ın Tapınağı'nda şöyle bir sunak ve içinde de dökme tunçtan yapılmış bir havuz vardır:



Şekil 3.4. [Tapınağın Eşyaları](#)nda sunak ve havuz şöyle anlatılır: 1. **Süleyman** tunçtan bir sunak yaptırdı. Sunağın eniyle uzunluğu 20'ser Arşın (Kubit), yüksekliği 10 Arşın idi. 2. Dökme tunçtan 10 Arşın çapında, 5 Arşın derinliğinde, çevresi 30 Arşın yuvarlak bir havuz yaptırdı (Bkz. Daha fazla bilgi için "[Büyük Piramit: Neden inşa edildi? Ve kim yaptı?](#)", "Süleyman'ın Tapınağı", 155. Parça, S. 311-312). Şekildeki turkuaz renkli içi boş silindirik dökme tunçtan yapılmış havuz Şekil 3.1.a'daki silindirle aynı formda ama onun yarısıdır. Yani havuzun sepete oranından ölçek $\frac{10 \text{ Kubit}}{4\frac{1}{2} \text{ Khet}} = \frac{10 \text{ Kubit}}{450 \text{ Kubit}} = \frac{1}{45}$ 'tir (ki havuzda Babil kübiti ve sepette Mısır kübiti kullanıldığından kübitlerin farklı olduklarına dikkat ediniz. Ama ölçeğin bir fikir vermesi için kübitleri aynı aldım). Bu nedenle havuz MMP 10'daki sepete paraleldir!

Bölüm 3: MMP 10

Bu durumda sunağın ortasındaki silindirik havuzun çevresi $\zeta = 30$ Kübit = 2; 30 Nindan olduğuna göre alanı şu şekilde elde edilir (Bkz. [“Eski Mezopotamya Ölçü Birimleri”](#)):

$$(3.26) \quad A = \frac{1}{4\pi} \cdot \zeta^2 \cong 0; 5. \zeta^2 = 0; 5 \times (2; 30 \text{ Nindan})^2 = 0; 5 \times 6; 15 \text{ Nindan}^2 = 0; 31,15 \text{ Şar.}$$

Bu hesap günümüzde $r = 5$ Kübit = 0; 25 Nindan olduğundan şu şekilde yapılmaktadır:

$$(3.27) \quad A = \pi r^2 \cong 3 \times (0; 25 \text{ Nindan})^2 = 3 \times 0; 10,25 \text{ Nindan}^2 = 0; 31,15 \text{ Şar.}$$

Fakat havuzun içine şekilde görüldüğü gibi yarım bir küre tam oturtulduğunda **Arşimet**’in kürenin alanı ve hacminde bulduğu şu sonuçları görürüz.

1. Kürenin Alanı. Şekildeki silindirin yanal alanı MMP 10’daki gibi $A_Y = T_{\zeta} \cdot h = 2\pi r \cdot r = 2\pi r^2$ olur ki bu, kürenin alanının yarısı demektir. Ancak buna silindirin alt ve üst tabanlarının $A_{AT} = \pi r^2 = A_{\text{ÜT}}$ alanlarını eklersek ya da silindirin toplam alanından $A_S = A_Y + 2A_{AT} = 2\pi r^2 + 2 \cdot \pi r^2 = 4\pi r^2$ şeklinde kürenin yüzey alanını elde etmiş oluruz. **Arşimet** bunu şu şekilde formülü etmişti: Silindirin içindeki koninin tabanındaki dairenin yarıçapını 2 kat büyütürseniz (ki bu durum Şekil 3.3’te görülmekle birlikte **Arşimet** önermelerinde asla böyle bir ifade bulunmamıştır. Bkz. [Önerme 33](#), [Önerme 34](#), [Önerme 2](#), [Önerme 13](#). **Arşimet** bu önermelerde [Önerme 1](#)’e göre dairenin yarıçapını ya da çapını 2 kat büyütme yerine alanının 4 kat büyütülmesinden bahseder. Diğer taraftan şekildeki sunak bu duruma izin verir. Çünkü O merkezli ve yarıçapı $r = |OK| = 5$ Kübit olan kürenin en büyük dairesinin yarıçapını $2r = 10$ Kübit olarak 2’ye katlayabilirsiniz. Bu işlemi sunak tabanı 20’şer Kübit bir kare olduğundan 4 yönde de yapabilirsiniz), dairenin alanı $A_{\text{Daire}}(O, 2r) = \pi(2r)^2 = \pi \cdot 4r^2 = 4\pi r^2 = A_{\text{Küre}}(O, r)$ şeklinde kürenin alanı eşit olur.

Burada **Arşimet**’in daire alanını günümüzdeki gibi değil ama şu şekilde formüle ettiğine dikkat etmemiz gerekiyor: [Önerme 1](#)’e göre tabanı dairenin çevresi ve yüksekliği yarıçapı olan dik üçgenin alanı dairenin alanını verir:

$$(3.28) \quad A_{\text{Daire}}(O, r) = A = \frac{T_A \cdot h}{2} = \frac{2\pi r \cdot r}{2} = \pi r^2.$$

2. Kürenin Hacmi. **Arşimet** kürenin hacmini içine tam oturabileceği bir silindirin içinde hesaplamış (bkz. Şekil 3.1.a) ama yüzey alanındaki gibi doğrudan formüle edememişti. O, kürenin hacmini dolaylı olarak şu şekilde formüle etti: İlk **Öklit**’in [XII. Kitap, 10. Önerme](#)sine göre silindirin içinde bir koni düşündü ve koninin hacminin silindirin hacminin 3’te 1’i olduğunu göz önüne aldı. Sonra bu koninin tabanındaki dairenin yarıçapını, az önce açıkladığım gibi, 2 kat büyütürken kürenin hacmini

$$(3.29) \quad V_{\text{Koni}}(O, 2r) = \frac{T_A \cdot h}{3} = \frac{A_D(O, 2r) \cdot r}{3} = \frac{4\pi r^2 \cdot r}{3} = \frac{4\pi r^3}{3} = V_{\text{Küre}}(O, r)$$

şeklinde formüle etti! (Bkz. [Önerme 34](#). [Önerme 1](#)’de ise silindirin hacminin kürenin hacminin $\frac{3}{2}$ katı olduğunu söyler. Burada anlattığım yöntem [METOT](#)’taki [Önerme 2](#)’den gelir)

Eğer kürenin hacmini doğrudan formüle edersek şu sonuç çıkar: Silindirin hacmi

$$(3.30) \quad V_{\text{Silindir}}(O, 2r) = T_A \cdot h = A_D(O, 2r) \cdot 2r = 4\pi r^2 \cdot 2r = 8\pi r^3$$

olduğundan kürenin hacmi bunun 6’te 1’i olur (Bkz. [Önerme 2](#)’deki (2) no’lu bağıntının ispatındaki sonuca. Orada bu sonucun bulunduğu satırda [\[Eucl. XII. 10\]](#) yazar). Bu noktada **Sinan Sertöz** şu sonucu görmüş (Bkz. [“Arşimet’in Küreleri”](#), S. 4, Paragraf 3): “**Arşimet** bu noktada silindirin hacminin $8\pi r^3$ olduğunu, koninin hacminin 3’te 1’i olduğunu ve $[AK]$ ’nın da $[HA]$ ’nın yarısı olduğunu göz önüne alarak kürenin hacmini $\frac{4\pi r^3}{3}$ olarak buluyor. Koninin hacminin silindirin hacminin 3’te 1’i olduğunu nereden bulduğunu sorgulayacak okuyucuya karşı **Arşimet**’in sağlam bir yanıtı var: [Öklit, XII, 10](#) (!)”. Burada **Sinan Sertöz**’ün sonda parantez içinde ünlem işareti koyması dalga geçmek değil eleştirme anlamındadır. Çünkü bu bilgide kullanılan **Öklit**’in anılan önermesinin ispatı yoktur!

Diğer taraftan küreyi **Arşimet**’teki gibi değil yani silindirin içine tam oturmuş bir küre yerine yukarıdaki şekildeki gibi yarı küreyi göz önüne alırsak (ki bu durumda koninin [Şekil 1](#)’deki gibi taban yarıçapı $2r$ ve yüksekliği r olur) silindirin hacmi $4\pi r^3$ olacak ve kürenin hacmi bunun 3’te 1’inden elde edilir ki bu da koninin hacmine göre formüle edilebilir. Zaten **Arşimet**’in ispatında da kürenin yarısı kullanılmaktadır (Bkz. [“The Method of Archimedes”](#), [“Archimedes’ Volume of Sphere Proof”](#)). Şu halde yukarıdaki şekle göre koninin hacmi

$$(3.31) \quad V_{\text{Koni}}(O, r) = \frac{T_A \cdot h}{3} = \frac{\pi r^2 \cdot r}{3} = \frac{\pi r^3}{3}$$

ve bunun 2 katı $2 \cdot \frac{\pi r^3}{3} = \frac{2\pi r^3}{3}$ şeklinde silindirin hacminin 3’te 2’sini ya da yarı kürenin hacmini verdiğinden simetriden dolayı kürenin hacmi $2 \cdot \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{4\pi r^3}{3}$ olur (Bkz. [Önerme 1](#)).

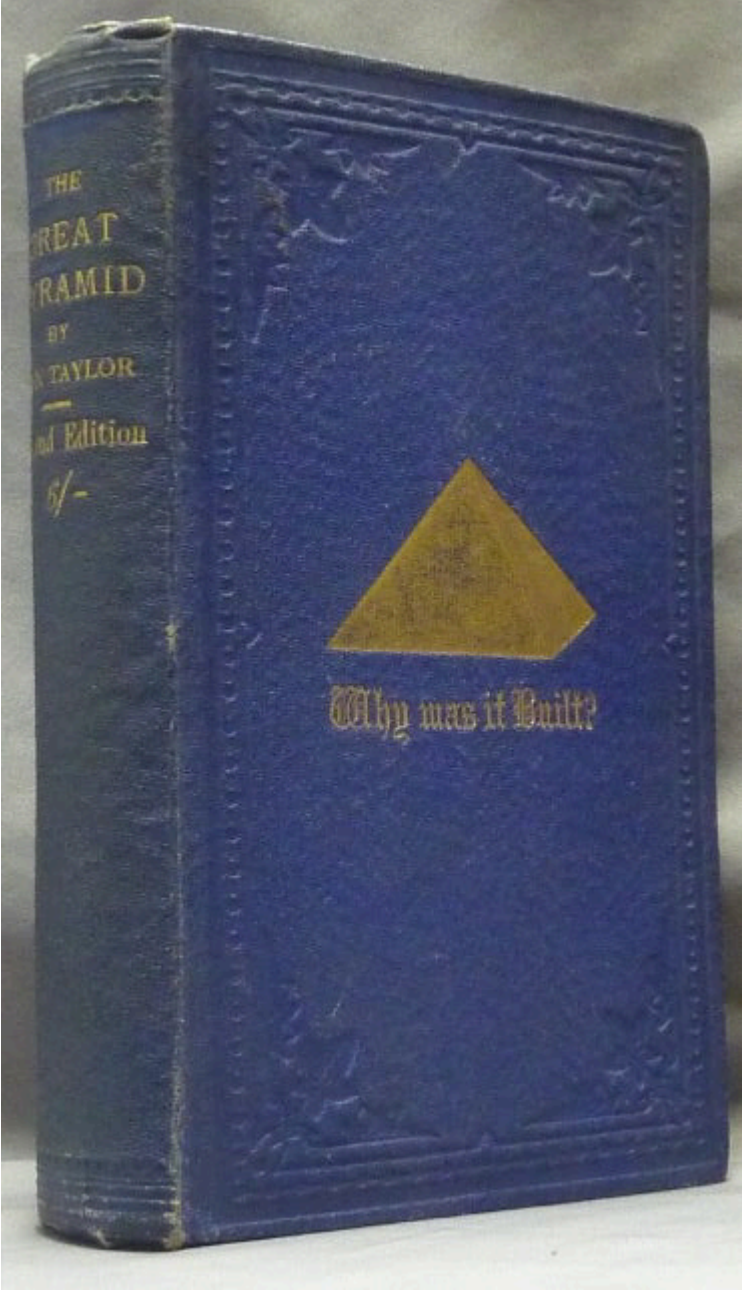
Özetle anlaşılan o ki, **Arşimet** Eski Mısır ve Eski Ahit’teki Babil’den gelen bu bilgilerin bilimsel yanıtlarını aramış ve sonuçlarını [“Küre ve Silindir I”](#) ve [“Küre ve Silindir II”](#) adlı çalışmalarında vermiştir!

V. Büyük Piramit’teki Alan Formülü

Bu formülü vermeden önce onu ortaya çıkaran 2 tarihi teoriyi ele alacağız.

1. Teori: Herodot’un ϕ Teorisi, M.Ö. 450. Bilindiği üzere M.Ö. 450 civarında **Herodot** piramit hakkında Mısırlı Rahiplerden şu eşsiz bilgiyi almıştı: “*Behet (yanal) yüzü 800 Plethron boyundadır, kare biçimindedir, yüksekliği de aynıdır (Piramitin her bir yanal yüzünün yüzölçümü piramit yüksekliğinin karesine eşittir)*”, [“Tarih”](#), Keops-Piramitler, 124. Parça, S. 143. Parantez içindeki çeviri **Erich von Däniken**’in [“Sfenks’in Gözleri \(Die Augender der Sphinx\), Nil’in kıyısındaki eski ülkeye yöneltilmiş yeni sorular](#), 1989, 2. Baskı”, Bölüm 3: Adı Olmayan Dünya Harikası, Raslantılar Daima İşin İçinde, S. 152’deki sondaki 2. maddeden

alınmıştır. Fakat bu bilgi orada “Piramitin dört yüzünün toplam yüzölçümü piramit yüksekliğinin karesine eşittir” olarak yanlış şekilde verilir. Bu nedenle **Herodot**’un verdiği bilgiyi tam tercüme edersek şöyle olur: “Keops piramitinin her bir yanal yüzünün alanı ile yüksekliği üzerindeki karenin alanı aynıdır”.



Resim 3.12. J. F. W. Herschel’in katkısı ve Standartların Savaşı ile birlikte John Taylor’un “[Büyük Piramit: Neden Yapıldı? Ve Kim İnşa Etti?](#)” adlı kitabı.

Londra: Longman, Green, Longman ve Roberts. 1859-1864. 2. Baskı (Yeni Baskı). Ciltli. Octavo. Tek ciltte 2 kitap (basıldığı gibi). (xxii) + 314pp & viii +94pp. Orijinal yaldız dekorlu ve kör damgalı mavi bez, dizin, atıfta bulunulan eserler. 2 adet b&w ön resim, b&w illüstrasyonlar.

John Taylor (1781-1864) bir İngiliz amatör astronom ve matematikçidir. 1859 yılında “[Büyük Piramit: Neden Yapıldı? Ve Kim İnşa Etti?](#)” kitabını yayımladı. **Taylor**’un iddiası, eski Mısırlıların Giza’daki Büyük Piramiti inşa ederken “**Piramit İnçi (PI)**” adını verdiği bir ölçü birimi kullandıkları ve bu anlaşıldığında piramitlerin boyutları ile bir yıldaki gün sayısı, dünyanın yarıçapı vb. gibi inşaatçılar tarafından dahil edilen ölçümler arasındaki her türlü ilişkinin ortaya çıktığı yönündeydi. Ayrıca π sayısının piramitin tasarımında kasıtlı olarak kullanıldığını öne süren ilk kişi olmuştur. **Taylor** bu nedenle “**Piramidoloji**”nin kurucularından biri olarak kabul edilmektedir, ancak **Taylor**’un teorilerini geliştiren İskoçya Kraliyet Astronomu ve İtalyan asıllı bir İskoç olan Profesör **C. Piazzi Smyth**’ın çalışmaları artık daha iyi bilinmektedir. “**Büyük Piramit**”in “**ikinci**” baskısı olduğu belirtilen bu eser, söz konusu eserin 1859 tarihli ilk baskı sayfaları ile 1859 tarihli yeni bir eser olan “**Standartların Savaşı**”nın ilk baskı sayfalarının bir araya getirilmesinden oluşmaktadır. “**Standartların Savaşı**” temelde, **Taylor**’un eski Mısır’ın kutsal birimlerinden türetildiğine inandığı mevcut İngiliz ağırlık ve ölçü sistemlerinin, o zamanki metrik sistemi getirme girişimlerine karşı bir savunmasıdır (sadece bir yüzyıl daha sürdü!). Eserde bir dizin, ek resimler, bir şiir, antik standartların ve Büyük Piramit’in kökeni üzerine denemeler ve **Sör John Herschel**, Bart., Times gazetesi ve İskoçya Kraliyet Astronomundan mektuplar veya makaleler gibi tamamlayıcı materyaller bulunmaktadır.

Şu halde **Herodot**’un verdiği bilgiye göre tabanı $2a$, yüksekliği h ve yanal yüzündeki yüksekliği r olan Büyük Piramit’te şu yaklaşım geçerli olur:

$$(3.32) \quad h^2 \cong \frac{2a \cdot r}{2} = a \cdot r.$$

Bu teoriyi “[Büyük Piramit’teki II’nin Sırrı, 2004](#)” kitabımın 4. sayfasında şu şekilde vermiştim: “**Teorem 1.5.** Büyük Piramit’in her bir yanal yüzünün alanı, yüksekliği üzerindeki karenin alanına yaklaşıktır”.

2. Teori: Taylor’un II Teorisi, 1859. İkinci olarak London Observer gazetesinin editörü olan İngiliz amatör matematikçi ve astronom **John Taylor**, 1859’da yayımladığı “[Büyük Piramit: Neden inşa edildi? Ve kim yaptı?](#)” kitabında (ki bu kitap “Piramitoloji (Piramit Bilimi)”ni doğurdu) **Keops**’un Büyük Piramit’in mimari oranlarında çeşitli dikkat çekici ve derin anlamlı geometrik ve matematiksel özellikler barındırdığına ikna oldu. **Taylor**’a göre bunların başında, piramitin tabanının çevresinin yüksekliğinin 2 katına oranının evrensel sabit π sayısına çok yakın olması geliyordu. Söz konusu Büyük Piramit’teki bu oran π sayısı için yazılı Mısır kayıtlarında bulunandan daha iyi bir değer vermektedir. Rhind papirüsü, çaptan bir dairenin alanını bulmak için çok adımlı bir yöntemden oluşan birkaç problem içerir. Bu yöntem (2.1)’deki $\frac{256}{81}$ ya da 3.1605’e eşit bir π değerine işaret eder ki bu da gerçek değer olan 3.14159’dan yüzde birden daha az daha büyüktür... **Taylor**’ın Büyük Piramit’in tabanı ve yüksekliği için kullandığı değerler, ona 2 ondalık basamağa kadar doğru bir π değeri verdi. Piramitin boyutlarının daha fazla analizi ve çeşitli sayı manipülasyonları, yapıyı inşa edenlerin “Piramit İnçi (PI)” adını verdiği (standart bir inçin 1.00106 katına eşit) bir birim kullandıkları sonucuna varmasına yol açtı. **Taylor**, 25 PI’inin 1 RC (Piramit Kübiti) yaptığını ve 10 milyon piramit kübitinin Dünya’nın kutup yarıçapının uzunluğuna yaklaştığını belirtti. Bu ve benzeri bir dizi hesaplama, **Taylor**’ın Büyük Piramit’in Dünya’nın bir modeli olarak inşa edildiğine dair yeterli kanıt olarak gördüğü şeyi sağladı. Eğer İskoçya Kraliyet Astronomu **Charles Piazzi Smyth** piramitoloji davasına sahip çıkmasaydı ve 1864’teki “[Büyük Piramit’teki Mirasımız](#)”, 1867’deki “[Life and Work At The Great Pyramid, Cilt 1](#)”, “[Life and Work At The Great Pyramid, Cilt 2](#)” ve “[Life and Work At The Great Pyramid, Cilt 3](#)” ve 1884’teki “[New Measures of the Great Pyramid](#)” gibi bir dizi kitap aracılığıyla İngiltere, Avrupa’nın geri kalanında ve Amerika Birleşik Devletleri’nde popüler hale getirmeseydi, **Taylor**’ın fantastik iddiaları asla popüler hale gelmeye bilirdi (Kuzey Yorkshire, Sharow’daki kilise bahçesinde **Smyth**’ın mezarında piramidal bir mezar işareti bulunmaktadır). Piramit numerolojisini benimseyenler arasında teozofist **Helena Blavatsky**, “**Watchtower Bible and Tract Society**”nin kurucusu **Charles Taze Russell** ve Amerikalı medyum **Edgar Cayce**’nin yanı sıra Büyük Piramit’i kayıp uygarlıklardan UFO’lara kadar her şeyle ilişkilendiren daha yeni sözde tarihçiler de bulunmaktadır.

Taylor, 3.144 oranını nasıl keşfetti?

Yine de **Taylor**’ın kendisi piramitin boyutları için daha az dramatik başka açıklamaların da farkındaydı; piramitin, yüzlerinden birinin alanı yüksekliğinin karesine eşit olacak şekilde inşa edilmiş olması ihtimali de buna dahildi.

Smyth, Taylor’un bu oranı nasıl bulduğunu şöyle anlatır: **Taylor, Perring-Vyse** ikilisinin 1837’deki piramitteki ölçümlerine göre, piramit tabanını $2a = 9168 \text{ BI} = 764 \text{ Feet}$ ve yüksekliğini $h = a \tan \theta = 382 \text{ Feet}$. $\tan 51^\circ 50' = 486.0169642 \dots \cong 486 \text{ Feet}$ olarak bulduktan sonra (ki **Taylor**, yüksekliği bu şekilde bulduğunu S. 19’daki [17. parça](#)da söyler) [21. Parça](#)’da şunları söyler: “Büyük Piramit’in dikey yüksekliğinde ya da yarıçapında, kaplama taşlarının açısından çıkarılan İngiliz ayağı sayısı vardır ki bu 2 katına çıkarıldığında çapı 972 ayak yapar. 764 ayaklık taban, 4 ile çarpıldığında 3056 ayaklık bir çevre ya da çevre uzunluğu verir. Çapı birlik olarak alırsak, 11.664 BI’e eşit olan 0.972 İngiliz ayağına sahip oluruz; bu ayaklardan çevrede 3144 tane vardır. Bir küredeki gerçek oran 3141.5927 olacaktır ki bu da gerçek ölçüden yaklaşık 2.5 ayak daha azdır. Büyük Piramit’in kurucularının, Piramit’in inşasında bir dairenin çapı ile çevresi arasındaki doğru orana bu kadar yaklaşmış olmaları ve bunu ellerinden geldiğince yakın bir şekilde ifade etmeyi amaçlamamış olmaları mümkün müdür?”

Taylor’un bu açıklamasına göre, piramitin h yüksekliğini yarıçap kabul eden kürenin çevresi kare tabanı çevresine çok yakın olduğundan

$$(3.33) \quad 972\pi \text{ Feet} = 2\pi \times 486 \text{ Feet} = 2\pi h \lesssim \zeta = 4 \times 2a = 4 \times 764 \text{ Feet} = 3056 \text{ Feet} \Rightarrow \pi \lesssim \frac{3056 \text{ Feet}}{972 \text{ Feet}} = 3.14\textbf{4032921} \dots$$

oranı elde edilir (Bkz. “[Bölüm 2: Geometrik Oranlar](#)”, S. 11-26 ve “[Tam Piramit](#)”, S. 67. Ayrıca piramitteki tüm ölçülerin verildiği “[Büyük Piramit’in Boyutlarının Tablosu](#)”na bakabilirsiniz. Bu ölçüler içinde piramitin eğim açısını $\theta = 51^\circ 50'$ olarak sivil mühendis **Brettell** Albay **Howard Vyse** için ölçtü. Bkz. S. 21-22). Burada **Taylor**’un piramit yüksekliğini belirledikten sonra π ’yi bulmasına ve sonra bu teoriyi kurmasına şaşırmayın! Çünkü $\frac{h}{a}$ eğimine bakarken $\frac{\pi}{4} \cong \frac{a}{h}$ ’yi görüyor, dolayısıyla (3.33)’ü görmesi zor olmuyordu!

Çağlar boyunca piramitin tabanlarının ölçümünde yapılan hata!

Çok ilginçtir, **Taylor** piramit yüksekliğini köşe taşlarına göre iyi-kötü şekilde 486 Feet (ki gerçekte 483 Feet’e yakındır) olarak belirlerken mühendis **Perring**, aynı yüksekliği 611 Feet olarak belirlemişti (Bkz. “[Büyük Piramit’in Boyutlarının Tablosu](#)”). Burada **Perring**’in nasıl bir yöntem kullandığını bilmiyoruz ama hatalı olduğunu görüyoruz. Çünkü verdiği ölçülerden piramitin eğim açısı $\theta = \tan^{-1} \frac{611 \text{ Feet}}{382 \text{ Feet}} = 57^\circ 59'10''$ çıkar. Bu nedenle **Taylor** piramitin köşe taşlarına göre yüksekliği için iyi bir tahminde bulunurken **Perring** inanılmaz bir hata yapmıştır!

Burada bir diğer dikkat çekici durum şudur: **Perring** Giza Piramitleri’nin tabanlarını Antik Çağ’daki geleneğe göre yani köşe taşlarına göre ölçtü. Oysa tabanlar piramitin tasarımına göre ilk sıradaki kaplama taşlarının yerdeki taban hatlarına göre ölçülmesi gerekiyordu. Bunu ilk fark eden **Flinders Petrie** oldu ve Mısır piramitlerinin tabanlarında Antik Roma’dan (örneğin Romalı Amiral **Gaius Plinius Secundus**) 1865’e yani **Smyth**’a kadar yapılan tüm ölçümlerin yanlış olduğunu ortaya çıkardı (Bkz. “[Büyük Piramit’teki Yeni Açılar](#)”. S. 16’daki sondaki tablo piramit platformuna (köşe taşları) göre ve ondan 2 önceki tablo ise kaplamaya göre tabanların ölçülerini gösterir). **Taylor** ise (3.33)’teki yaklaşımla **Herodot**’tan sonra piramitteki 2. teoriyi keşfetti ya da buldu!

Taylor, 20. Parça’da teorisi hakkında şunları söyler: “Büyük Piramit’in, dik yüksekliğini ve çevresini, birbirleriyle orantılı olarak, bir kürenin yarıçapının çevresine olan oranına eşit kılacak bir ilkeye göre oluşturulduğunu gördük; ve bu oran, eğer teorimiz doğruysa, bir dairenin çapının çevresine olan oranının yarısı olacağından, ki bu oran Sabitler Tablosu’nda 1’e 3.1415927 olarak belirtilmiştir, Büyük Piramit’in şu anda kaydedildiği şekliyle gerçek ölçülerinde bu orana biraz yaklaşıcağını makul bir şekilde bekleyebiliriz. Bu durumda, dairenin çapı Piramit’in dik yüksekliğinin 2 katı olacak ve birlik olarak 1 ile ifade edilecek, dairenin çevresi ya da piramitin çevresi ise aynı sayının 3.1415927’si ya da buna yakın bir değerle temsil edilecektir. Aksi takdirde, çevre 1 ile, çap ise kesirli kısımları içeren bir sayı ile gösterilmelidir.”

Tabii o sırada **Taylor**’un kitabı elimde olmadığından bu teoriyi de “[Büyük Piramit’teki II’nin Sırrı, 2004](#)” kitabımın 3. sayfasında şu şekillerde vermiştim (Y.N. **Taylor**’un 1859’da yayımladığı “[Büyük Piramit: Neden inşa edildi? Ve kim yaptı?](#)” kitabına Google Kitaplığı’nda ulaştıktan sonra 16.02.2024, 03:49:48’de bilgisayarıma indirdim. Bu arada **Smyth**’ınki de dahil olmak üzere hiçbir kaynakta **Taylor**’un (3.33)’teki teorisinin anlatılmış olduğunu görmedim. Örneğin aşağıdaki 2 teori **Erich von Däniken**’in kitabından alınma olup **Taylor**’un teorisinin sonuçlarıdır):

Teorem 1.1. Kare tabanlı Büyük Piramit’in tabanına ait bir kenarının uzunluğunun 2 katının yüksekliğine oranı $\pi = 3.14$ ’tür.

Erich von Däniken, [Sfenks’in Gözleri \(Die Augender der Sphinx\)](#), Nil’in kıyısındaki eski ülkeye yöneltilmiş yeni sorular, 1989, 2. Baskı, Bölüm 3: Adı Olmayan Dünya Harikası, Raslantılar Daima İşin İçinde, Sayfa: 152.

Teorem 1.3. Piramitin çevresi ve yüksekliği arasındaki oran, dairenin çevresi ve yarıçapı arasındaki orana eşittir.

Piramitin yüksekliğiyle çevresi arasındaki oran, bir dairenin yarıçapıyla çevresi arasındaki oranın dengidir. Dört kenarlar dünyanın en büyük ve en çarpıcı üçgenleridir. Eğer π ’nin Büyük Piramit’in inşasında bir rol oynadığına inanıyorsanız, piramitin tabanının çevresinin yarısı ve yüksekliği arasındaki oran, dairenin çevresinin çapının oranına eşittir. Bu yüzden tabanın çevresi ve yüksekliği arasındaki oran, dairenin çevresi ve yarıçapı arasındaki ilişkiyi göstermeli. Orada sır var ya da yok?

Smyth geliyor!

İskoç Kraliyet astronomu **Charles Piazzi Smyth**, **John Taylor**’un 1859’da yayımladığı kitabındaki teorileri, özellikle (3.33)’teki [ilk keşfi](#) için, yerinde test etmek üzere 1864’te Büyük Piramit’e geldi. Kitaplarında piramiti ilk kez ziyaret ettiği tarih tam olarak verilmez ama şu görüşmeden sonra olduğu açıktır. Çünkü **Smyth**’ın ilk kitabının basımı ile yayımı arasındaki kısa sürede, [5 Temmuz 1864](#)’te **John Taylor** ölmüştü: Edinburgh Kraliyet Cemiyeti’nde Başkan Yardımcısı olan **Lord Neaves**, [21 Mart 1864](#) akşamı bu olayla ilgili olarak **Smyth**’a şunları söylemiştir: “Eğer bunlar sadece tesadüfse, çok olağanüstü tesadüflerdir; ama eğer gerçeklerse, yani belirtilen metrik oranlar tasarlanmış ve bilerek oluşturulmuşsalar, çağımızın en dikkat çekici keşfini oluştururlar”.

Smyth, 20. yüzyıl fikirlerine sahip bir 19. yüzyıl deneyselci olarak fotoğrafın bir belgesel aracı olarak önemini açıkça görüyor ve 1865’te Büyük Piramit’i 2. kez ziyaret ettiğinde şunları söylüyordu:

“Mısır’a gittiğimde. . . . özel bir kişi ve fakir bir adam olarak gittim. Sadece, bu ülkede... modern bilimsel incelemenin, yeryüzünün en eski mimari anıtı olan Büyük Piramit’e daha fazla gecikmeden uygulanmasının ne kadar önemli olduğunu gördüm.

... Hem hükümet hem de diğer tüm yetkililer tarafından ... oradaki tüm masrafları çok az olan maaşımdan ödemek zorunda bırakıldım. ... bu nedenle en katı ekonomi günün düzeni olmak zorundaydı ... fotoğrafçılık için ne yazık ki çok az şey kalmıştı. Ama fotoğraf çekilmeliydi, çünkü bu çağın hangi anıtsal araştırması onun muhteşem yardımı olmadan etkili bir şekilde ele alınabilir ki? Alınmalıydı, ama aygıt sadece çok küçük olabilirdi.”, [Charles Piazzi Smyth’in 1865 Fethi: Büyük Piramit](#).

Smyth, 1864’teki ilk ziyaretinde mühendis **Brettell**’in gözlemlediği açının 3 olasısı $51^\circ 51'15.5''$, $51^\circ 51'5.4''$ ve $51^\circ 51'22.0''$ (ki bunların ortalamasını $51^\circ 51'14.3''$ olarak verir) kombinasyonunu elde ederek,

$$(3.34) \quad \pi \cong \frac{4a}{h} = \frac{2 \times 763.81 \text{ Feet}}{486.2567 \text{ Feet}} = 3.14159\mathbf{1673} \dots$$

değeriyle π ’nin doğruluk değerini 2’den 5 ondalığa çıkarttı (Bkz. S. 24). Fakat ilk kitabının [1874](#)’teki genişletilmiş baskısında π ’yi 5 ondalıktan sonsuz ondalığa çıkarttı, yani π ’nin olduğu gibi piramite işlendiğini iddia etti. Çünkü ona göre bu, Tanrının taştaki iziydi (Bkz. [Plate III](#)).

II tam olarak hiçbir yapıya işlenemez!

Smyth'in iddia etti gibi π 'yi olduğu gibi yani tüm basamaklarını gösterecek şekilde taşla işlemeyi bırakın, kâğıda bile işleyemezsiniz. *Jörg Arndt* ve *Christoph Haenel*'e göre, çoğu kozmolojik hesaplamayı yapmak için π 'nin 40 basamağı yeterlidir, çünkü gözlemlenebilir evrenin çevresini bir atom hassasiyetiyle hesaplamak için gereken doğruluk budur. Hesaplamalı yuvarlama hatalarını telafi etmek için gereken ek basamakları hesaba katan *Arndt*, herhangi bir bilimsel uygulama için birkaç yüz basamağın yeterli olacağı sonucuna varır. Buna rağmen, insanlar π 'yi binlerce ve milyonlarca basamaklı olarak hesaplamak için yoğun bir şekilde çalıştılar (Bkz. "[π sayısını hesaplama nedenleri](#)"). Dolayısıyla bu inanç *Smyth*'in Tanrıya olan inancından geliyordu. Diğer taraftan *Smyth*'in kitaplarına baktığınızda, her çalışmasına İncil'den bir pasajla başladığını görürsünüz ki, *Smyth Papa*'nın arayıp da bulamadığı bir Hristiyan olarak karşımıza çıkar.

Taylor'dan sonra!

Smyth'tan sonra piramitten alınan sonraki ölçülerden *Taylor*'un (3.33)'teki oranının, adeta *Smyth*'in inancını doğrulacak şekilde, daha hassas olduğu görüldü ve 2022'deki Büyük Piramit'in yeni tanımına göre π 'nin 3 ondalıkla doğru olduğu sonucu çıktı (Bkz. "[Büyük Piramit'in Doğu Kesiti Görünüşündeki Planı](#)"). Hemen burada belirtmekte fayda görüyorum: Bu yeni tanımdaki piramit boyutları kesin değil ama kesine çok yakındırlar ve araştırmalarım halen devam etmektedir. Yani o tablodaki π değeri sadece bir yaklaşımdır). Bu durumda *Taylor*'un (3.33)'te bulunduğu π değeri linkteki π değerinden yaklaşık 1000'de 3 fazla olur ki, *Taylor*'un π için verdiği değer ondan önce piramitten alınan ölçülerden bulunabilecek, dolayısıyla öyle kafadan atmakla elde edilebilecek gibi olmadığına dikkat ediniz!

Diğer taraftan *Taylor*'un teorisinin tam ispatını 2004'te şöyle yapmıştım:

Taylor'un II Teorisine Bir Katkı: Hemon'un Başyapıtındaki II İçin Unutulmuş Metot, 2004.

Erich von Däniken'in "[Tanrıların Arabaları, 1968](#)" ve "[Sfenks'in Gözleri, 1989](#)" kitaplarından öğrendiğime göre piramitte *Arşimet*'in $\pi \cong 3.14$ değeri varmış ve bunu *Smyth* gibi ama ondan tam 140 yıl sonra yerinde tespit edebilmek için 2004 yazında Büyük Piramit'i ziyaret ettim. Ve tabii *Arşimet*'in "[Daire Çevresini Ölçmesi Hakkında](#)" adlı çalışmasındaki önermelere hâkim olduğumdan *Taylor*'un (3.33)'teki teorisini ispatlamakta gecikmedim. Çünkü 31.08.2002, 18:00'da "[Daire Ölçmesi Hakkında: Önerme 3](#)"ün yeni bir versiyonunu yayımlamıştım!

Şimdi ilk ispatı burada tekrar verebilirim: *Arşimet*'in [Önerme 1](#)'ine göre piramitin h yüksekliğini yarıçap kabul eden kürenin en büyük dairesinin alanı, çevresini taban ve yüksekliğini h olarak alan dik üçgenin alanı eşit olduğundan (3.33)'e göre

$$A_{Daire} = \frac{C_{Daire} \cdot h}{2} \cong \frac{C_{Kare} \cdot h}{2} = \frac{4 \times 2a \cdot h}{2} = 4ah$$

eşitliklerinden

$$(3.35) \quad A_{Daire} \cong 4ah$$

yaklaşımı geçerli olur.

Şimdi dairenin alanını karenin alanına böler ve "[Upuaut Projesi](#)"ndeki "[Yayınlar](#)" sayfasındaki piramitin yarı tabanını $a = 220 \text{ RC}$ ve yüksekliğini $h = 280 \text{ RC}$ alırsak (ki o sırada en güncel bilgiler bunlardı),

$$\frac{A_{Daire}}{A_{Kare}} \cong \frac{4ah}{(2h)^2} = \frac{4ah}{4h^2} = \frac{a}{h} = \frac{220 \text{ RC}}{280 \text{ RC}} = \frac{11}{14}$$

eşitliklerinden

$$(3.36) \quad \frac{A_{Daire}}{A_{Kare}} \cong \frac{11}{14}$$

ederiz ki bu sonuç *Arşimet*'in [Önerme 2](#)'sini gösterir. İşte bu sonuca göre söz konusu olan (3.33)'ü bir değil çevre, alan ve hacim hesapları ve onların alternatif hesapları olmak üzere defalarca ispatladım! Acaba bu sonuç aynı zamanda *Gantenbrink*'in piramitte istenmeyen adam ([persona non grata](#)) ilan edilmesinin bir diğer sonucu olabilir mi?

Şu halde piramitteki her 2 teorideki (3.32) ve (3.33)'ü alt alta yazarsak,

$$\begin{aligned} 2\pi h &\cong C = 4 \times 2a \\ h^2 &\cong \frac{2a \cdot r}{2} \\ (2h)^2 = 4h^2 &\cong \frac{4 \times 2a \cdot r}{2} = \frac{C_{Kare} \cdot r}{2} \cong \frac{C_{Daire} \cdot r}{2} \end{aligned}$$

yaklaşımlarından

$$(3.37) \quad \frac{C_{Daire} \cdot r}{2} \cong (2h)^2$$

bağıntısı geçerli olur (13.02.2024, 01:10). Bu, MMP 10'a paralel bir sonuçtur. Çünkü taban yarıçapı h ve yüksekliği r olan bir silindirde yanal yüzey alanının yarısı, tabanı üzerindeki karenin alanına yaklaşıktır. Acaba *Herodoſ*'un Rahiplerden aldığı bilginin orijinali bu muydu? Çünkü *Herodoſ*'un Rahiplerden aldığı bilgi doğrudan sonuca odaklanmış, dolayısıyla ham (işlenmemiş) bir bilgiydi. Dolayısıyla *Herodoſ*'un aldığı bilgi piramit mimarı tarafından asla piramite konulacak türden bir bilgi değildi ve bu yüzden bu bağıntının bir yansıması gözükür!

Hemon'un Dizisi

Buna göre **Taylor**'un (3.33)'teki teorisinin devamı olan

$$\pi hr = \frac{2\pi h \cdot r}{2} = \frac{\zeta_{Daire} \cdot r}{2} \cong (2h)^2 = 4h^2 \Rightarrow 2\pi r \cong 4 \times 2h \quad (3.38)$$

yaklaşımından tabanı $2h$ ve yüksekliği r olan bir piramit söz konusu olur ki, piramiteki (a, h, r) üçlüsü için $a_0 = a, a_1 = h$ ve $a_2 = r$ için $a_0^2 + a_1^2 = a_2^2$ eşitliği geçerli olduğundan $a_1^2 + a_2^2 = a_3^2$ eşitliği söz konusu olur. Eğer bu işlemi sonsuza kadar sürdürmek istersek herhangi bir n doğal sayısı için

$$(3.39) \quad a_{n-2}^2 + a_{n-1}^2 = a_n^2$$

eşitliği geçerli olacak (ki bu (4)'te verilmişti) ve a_n 'yi a_0 ve a_1 başlangıç değerlerine göre indirgersek

$$(3.40) \quad F_{n-1}a_0^2 + F_na_1^2 = a_n^2$$

bağıntısı geçerli olur. Bunu da (14)'te vermiştim!

Eğer a_n 'yi a_r ve a_{r+1} 'e göre yazmak istersek indirgeme bağıntısı şu şekilde olur:

$$(3.41) \quad F_{n-r-1}a_r^2 + F_{n-r}a_{r+1}^2 = a_n^2.$$

Şimdi a_n 'yi a_{n-1} 'e böler ve limit alırsak,

$$\frac{a_n^2}{a_{n-1}^2} = \frac{F_{n-1}a_0^2 + F_na_1^2}{F_{n-2}a_0^2 + F_{n-1}a_1^2} = \frac{F_{n-1}}{F_{n-2}} \cdot \frac{a_0^2 + \frac{F_n}{F_{n-1}}a_1^2}{a_0^2 + \frac{F_{n-1}}{F_{n-2}}a_1^2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \phi \cdot \frac{a_0^2 + \phi a_1^2}{a_0^2 + \phi a_1^2} = \phi \Rightarrow \frac{a_n}{a_{n-1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{\phi}$$

işlemlerinden şu sonuç çıkar:

$$(3.42) \quad \frac{a_n}{a_{n-1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{\phi}.$$

Eğer bu limit sonucunu altın oran yapmak istersek,

$$\frac{a_{n+1}}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{a_n}{a_{n-1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sqrt{\phi} \cdot \sqrt{\phi} = \phi$$

işlemlerinden

$$(3.43) \quad \frac{a_{n+1}}{a_{n-1}} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \phi$$

limitini verebiliriz. Bu limitleri de (19)'da verdim!

Şu halde bu limit sonuçlarına göre altın piramit (a_{n-2}, a_{n-1}, a_n) üçlüsünün sonsuzdaki hali olur, çünkü $k \in \mathbb{R}^+$ için $(a_{n-2}, a_{n-1}, a_n) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} k(1, \sqrt{\phi}, \phi)$ 'dir. Piramit araştırmacıları 2004'e kadar Altın Piramit'i Büyük Piramit'ten hareketle S. 23'teki şekildeki gibi olduğunu söylüyorlardı ama bu piramitin nasıl elde edildiğini bilmiyorlardı. İşte bu limit sonuçları onun nasıl olduğunu gösteriyor ve Büyük Piramit yaklaşık 3 ondalıkla Altın Piramit'in özelliklerini taşır. Böylece Büyük Piramit'in bir yansıması Altın Piramit iken bir diğer yansıması π olduğundan tasarımından çıkan sonuç şudur: Piramit mimarı **Hemon** ve inşaatçı firavun **Khufu**, π ve ϕ sabitlerine haiz sonsuzdaki piramitlerin tasarımlarını sonlu tek bir piramitte toplamışlar ve Büyük Piramit'i bu ortak tasarım üzerine inşa etmişlerdir. Piramitteki bu tasarım 21 Mart 1864 akşamı Prof. **Smyth** ile görüşen Edinburgh Kraliyet Cemiyeti Başkan Yardımcısı **Lord Neaves**'in merak ettiği bilgiydi!

Bölüm 4: Büyük Piramit'in Geometrisindeki Babil ve Mısır II'leri

§ 4. Büyük Piramit'in Geometrisindeki Babil ve Mısır II'leri. Konuya geçmeden önce genel olarak dairenin karelenmesi metodunu RMP 50'ye göre anlatayım.

4.1. RMP 50'ye Göre Dairenin Karelenmesi. Genel olarak dairenin karelenmesi RMP 50'ye göre p pozitif tam ya da rasyonel sayısı için şu formülden ibarettir (Bkz. "[Dairenin Karelenmesi. Problemin Bir Tarihçesi](#)". Aşağıdaki formül bu ve diğer hiçbir kaynakla geçmez. Bu yüzden RMP 50'nin genelleştirilmiş şeklini aşağıda ele aldım ve onu inceledim):

$$(4.1) \quad \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 = A_{Daire} \lesssim A_{Kare} = \left(d - \frac{d}{p} \right)^2.$$

Eğer p sayıları araştırılırsa $p = 9, 8\frac{4}{5}, 8\frac{11}{14}, 8\frac{12}{15}, 8\frac{15}{19}, 8\frac{19}{24}, 8\frac{23}{29}, 8\frac{26}{33}, 8\frac{27}{34}, 8\frac{31}{39}, \dots$ olduğu görülür ki gerçekte irrasyonel ama aşkın bir sayıdır. Çünkü,

$$(4.2) \quad p = \frac{4 + 2\sqrt{\pi}}{4 - \pi}$$

eşitliğindeki π aşkın bir sayıdır.

Diğer taraftan Şekil 2.11'e göre $A(AHEK) = \left(\frac{d}{p} \right)^2$, $A(HBFE) + A(EGDK) = 2(p-1) \left(\frac{d}{p} \right)^2$, $A(EFCG) = \left(d - \frac{d}{p} \right)^2$ ve $A(ABCD) = d^2$ için

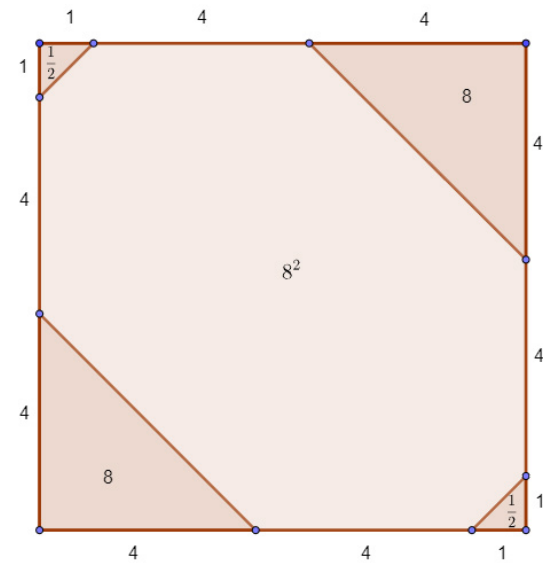
$$(4.3) \quad \left(\frac{d}{p} \right)^2 + 2(p-1) \left(\frac{d}{p} \right)^2 + \left(d - \frac{d}{p} \right)^2 = d^2$$

eşitliği mevcuttur.

Eski Mısırlılar, $p = 9$ tam sayısı için bu eşitliği 3 kare sayının toplamına çevirdiler:

$$(4.4) \quad \left(\frac{d}{9} \right)^2 + \left(\frac{4d}{9} \right)^2 + \left(d - \frac{d}{9} \right)^2 = d^2.$$

Şekil 2.11'e göre bu eşitliğin sol tarafındaki ilk kare AHEK karesini alanı, 2. kare DKEG ve EHBK eş dikdörtgenlerinin alanlarının toplamı ve 3. kare EFCG karesinin alanı ile sağ tarafındaki kare ABCD karesinin alanıdır.



Fakat onlar bu eşitliği daha çok $d = 9$ Khet için Genelleştirilmiş Pisagor Bağıntısı'na karşılık gelen ve soldaki şekilde görülen

$$(4.5) \quad 1^2 + 4^2 + 8^2 = 9^2$$

eşitliğini kullanıyorlardı!

1992'de **M. Guillemot** tarafından keşfedilen ve 2009'da **Young** tarafından onaylanan çıkarımdaki Şekil 2.9'a göre içteki 8-genin alanı $8^2 = 64$ ve karenin alanı $9^2 = 81$ olmak üzere $A = \frac{4.2}{2} = 4$ ve $B = \frac{9.9}{2} = 4\frac{1}{2}$ için

$$(4.6) \quad 1^2 + 4^2 = 2A + 2B = (2\sqrt{2})^2 + 3^2$$

eşitliği ortaya konmuştur. Bu durumda sağdaki şekil ortaya çıkar (Y.N. Bu şekilde ikizkenar dik üçgenlerde kenarları $2\sqrt{2}$ olarak yazdım ama böyle bir şeyin Eski Mısır Matematik'i'nde olması mümkün değil. Amaç ilk yaklaşımdaki (2.51)&(2.52)'e göre $A \lesssim A_4 - \frac{A_8}{4} = \frac{3-\sqrt{2}}{2} d^2$ değerine dikkat çekmektir.

Çünkü 8-genin bir kenarı $6 - 2\sqrt{2} = 2(3 - \sqrt{2})$ 'dir. Ama **Ahmes** (2.2) formülünü sadece bu şekilde icra ediyordu, dolayısıyla bizim firavun **Nymâtre** hatta ondan önceki döneme gidip orijinal keşfi bulmamız gerekiyor. Birazdan göreceğiniz gibi ben firavun **Khufu**'nun dönemine gideceğim. Çünkü "Altın Çağ" gerçekte **3. Amenemhat**'ın döneminde değil **Khufu**'nun döneminde yaşandı!

Şimdi Büyük Piramit'e geçebilir ve orada **Taylor**'un teorisini inceleyebiliriz.

4.2. Büyük Piramit. John Taylor'un 1859'daki keşfine göre, Büyük Piramit'in h yüksekliğini yarıçap kabul eden kürenin yer düzlemindeki dik izdüşümü h yarıçaplı daireyi verir ve bu dairenin çevresi piramitin kare taban çevresine yakın olur, dolayısıyla (3.33)'teki yaklaşım geçerli olur:

$$(4.7) \quad 2\pi h = \zeta_{Daire} \cong \zeta_{Kare} = 4 \times 2a$$

Bu yaklaşım aşağıdaki çizimde gösterilmektedir. Bu çizime göre tabanı bir kenarı $|AB| = 2a$ olan ABCD karesi ve tepe noktası T olan gri renkli piramitin $|OT| = h$ yüksekliğini yarıçap kabul eden mavi renkli kürenin piramit platformu üzerindeki dik izdüşümü O merkezli ve h yarıçaplı mavi renkli dairedir (Y.N. Şekilde *Piramit(A, B, C, D, T)*'ini gri renkle gösterdim ama [Merer'in günlüğü](#)ndan kaplama kireç taşlarının renginin Tura'dan getirildiği için bembeyaz olduğunu biliyoruz. Ancak bu öyle beyazlıktır ki Güneş ışınları altında piramite bakan insanların gözlerini kamaştıracak hatta kör edecek kadar bembeyaz idi).

Bu konuda **Taylor**, "[Büyük Piramit: Neden inşa edildi? Ve kim yaptı?](#)" kitabının 18. parçasında şunları söyler: "Büyük Piramit'in kurucularının, her bir yüzünü eşkenar üçgen yapmak yerine, ona bu kesin açıyı vermelerinin nedeni ne olabilir? diye sorulabilir. Önerilebileceğimiz tek neden, Dünya'nın bir küre olduğunu bilmeleri; büyük dairelerinden birinin bir kısmını ölçmüş olmaları; ve gök cisimlerinin dünya yüzeyi üzerindeki hareketlerini gözlemleyerek, çevresini tespit etmiş

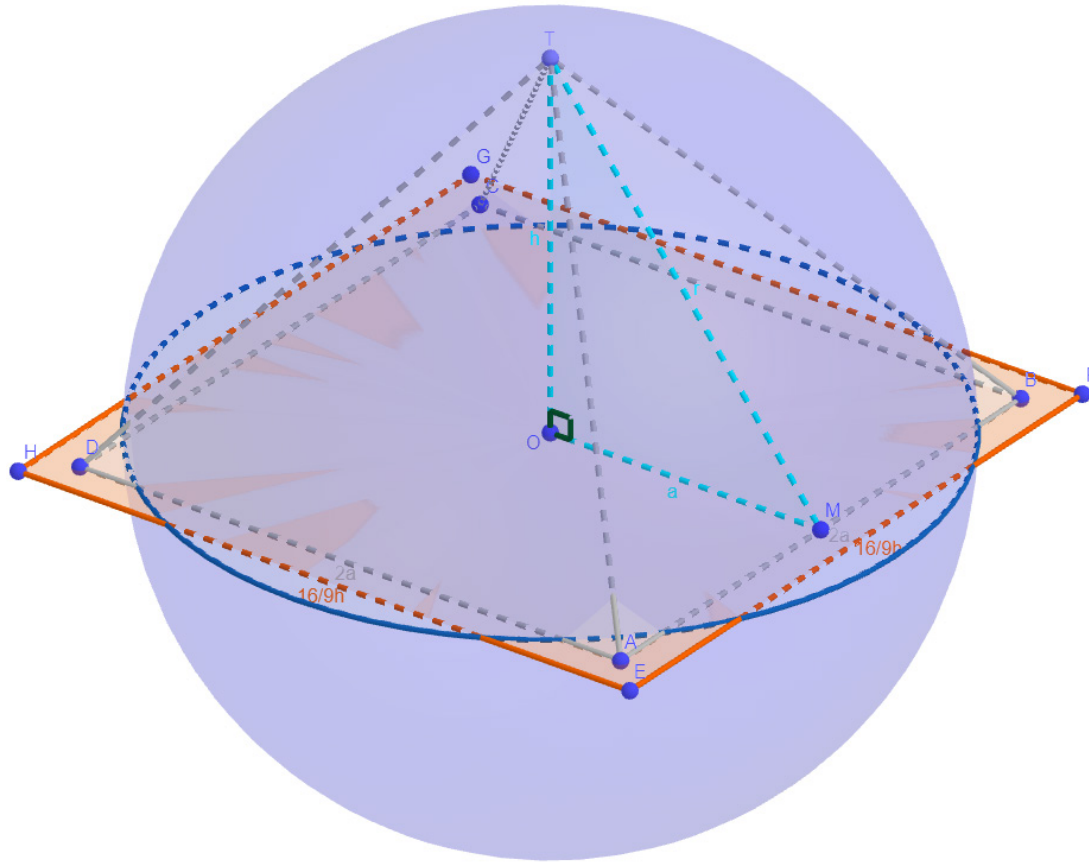
Bölüm 4: Büyük Piramit'in Geometrisindeki Babil ve Mısır II'leri

olmaları ve şimdi arkalarında bu çevrenin mümkün olduğunca doğru ve bozulamaz bir kaydını bırakmak istemeleridir. Dünya'nın mükemmel bir küre olduğunu varsaydılar; ve bir dairenin yarıçapının çevresiyle belirli bir orantıya sahip olması gerektiğini bildiklerinden, tabanına oranla öyle bir yükseklikte bir piramit inşa ettiler ki, dikmesi, çevresi tabanın çevresine eşit bir dairenin yarıçapına eşit olacaktı.

Bunu gerçekleştirmek için piramitin her bir yüzünün, tabanına göre (dikey bir kesit yapıldığını varsayarsak) belirli bir açı sunmasını sağladılar; bu açı, modern bilim bunu belirlemek için kullanılsaydı $51^{\circ}51'14''$ olurdu. Piramitlerin kurucularının bu kadar kesin bir tahmin yapabildiklerini hayal bile edemeyiz; ancak Büyük Piramit'i inşa ederken bizim düşündüğümüz gibi bir amaçları olsaydı, yüzünün tabanıyla yaptığı açı $51^{\circ}51'14''$ açısıyla yakın bir ilişki içinde olurdu. Gövde taşlarının gerçek açısı $51^{\circ}50'$ olarak bulunmuştur. Büyük Piramit'in inşası için belirlediğimiz nedenin, kurucularını etkileyen gerçek neden olduğuna dair bundan daha kesin bir kanıt olabilir mi? Bu düşüncenin onların aklına nasıl geldiğini bilemeyiz; ancak bu amaç için kare tabanlı büyük bir piramitten daha uygun bir anıt tasarlanamazdı; bu piramitin dikey yüksekliği, çevresi bu tabanın çevresine eşit olan bir kürenin yarıçapı kadar olmalıdır. Bu kadar büyük bir yarı küre inşa etmek imkânsızdı. Bir piramit biçiminde, öğrenmek için çok çaba harcadıkları tüm gerçekler beyan edilebilirdi; ve bu biçimdeki yapı, zaman, ihmal ya da düşüncesizlikten kaynaklanan zararlara diğerlerinden daha az maruz kalabilirdi. Dünyanın çevresinin bir derecesinin tespit edilmiş ölçüsü, yüzeyine büyük ve derin kazınmış karakterlerle kazınabilirdi; ve sürekli desteği araziye yük olacak bir Küratörler Koleji'nin yardımıyla, kurucular, vermek istedikleri gerçekleri ve açıklayıcı bilgileri nesilden nesile, en son gelecek nesillere iletmek için yapının kendisinin ya da insanın doğasının izin verdiği kadar kalıcı bir hüküm verdiklerini umabilirlerdi.

Birbirlerine çok yakın duran en büyük 3 piramitten ikincisinin $52^{\circ}20'$, üçüncüsünün ise 51° 'lik bir açıyla eğimli olduğu söylenmektedir. En son inşa edildiği düşünülen en büyük ya da Büyük Piramit ise $51^{\circ}50'$ açısına sahiptir. Eğer bizim atfettiğimiz amaç için inşa edilmiş olsaydı, gereken açı $51^{\circ}51'14''$ olurdu. Bu kadar muazzam bir eserin, öngörülen açıdan daha az sapma ile düzgün bir yüzeye kadar cilalanmış olması pek mümkün değildir. İşçilerin hepsinin son derece becerikli olması ve ellerinde sürekli bir kadrarla çalışmış olmaları gerekir ki, varsayılan talimatları bu kadar yakın bir şekilde yerine getirmiş olsunlar.”

Fakat **Taylor**'un unuttuğu bir şey var: Büyük Piramit'te **Arşimet**'in $\pi \lesssim 3\frac{1}{7}$ değerinden başka Mısır ve Babil π değerleri de mevcuttur (Y.N. $3\frac{1}{7}$ için $51^{\circ}50'34''$ eğim açısı gerekir ki **Taylor**'un inşaat mühendisi **Brettel** aracılığıyla piramitin kaplama taşlarının yüzeyinden aldıkları $51^{\circ}50'$ eğim açısını buna işaret eder. Bu son eğim açısına göre **Taylor**'un π için bulduğu değer (3.33)'teki 3.144'tür). İlki üzerinde epey kafa yoruldu ama son ikisi yeni ve özel keşiflerimdir (Bkz. “[Büyük Piramit'teki II'nin Sırrı 2004](#)”). Bu sayede “[Eski Mısır'da Matematik](#)” makalesini yazan **Assem Deifi** ve diğer Mısır bilimcilerini aydınlatmış oluyorum!



4.2.1. Mısır II'si

Peki (2.2)'deki kuralı piramite uygularsak sonuç ne olurdu?

Piramitin yüksekliğinde $\frac{d}{2} = h \Rightarrow d = 2h$ için bir kenarı $d - \frac{d}{9} = \frac{8}{9}d = \frac{8}{9} \cdot 2h = \frac{16}{9}h$ olan EFGH karesi ortaya çıkacak ve şu yaklaşım geçerli olacaktı:

$$(4.8) \quad \pi h^2 = A_{Daire} \lesssim A_{Kare} = \left(\frac{16}{9}h\right)^2.$$

Bu, (2.2)'deki formül olup piramite (4.7)'deki çevreyle yapılan yaklaşımdan sonra alanca yaklaşımı gösterir. Fakat piramit tasarımı böyle bir yaklaşım söz konusu olmadığından piramitte tarihçesinde buna ilişkin hiçbir kayıt mevcut değildir!

Eski Mısırlılar gerçekten böyle mi düşünüyorlardı yoksa bizim bilemediğimiz derin sırlara vakıf mıydılar? Örneğin piramitin şimdiki $|AB| = 2a$ tabanını sanaldaki $|EF| = \frac{16}{9}h$ tabanına bölseydik sonuç ne olurdu?

Eğer eski Mısırlılar bunu akıl etmişlerse piramitin ABCD karesindeki $2a$ tabanını EFGH karesindeki $\frac{16}{9}h$ tabanına bölersek piramitin tabanının yüksekliğine oranı olarak şu yaklaşımı görmüş olmalı:

$$(4.9) \quad \frac{9a}{8h} = \frac{2a}{\frac{16}{9}h} \lesssim \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{a}{h} \lesssim \left(\frac{8}{9}\right)^2.$$

Çünkü piramitin eğim açısı θ olmak üzere sekedi $Skd(\theta) = 7\frac{a}{h}El$ olduğundan kübitteki sekedi $1RC = 7El$ için $Skd(\theta) = \frac{a}{h}RC$ 'dir. Buna göre piramitin kübitteki sekedi $\frac{a}{h} = \frac{Skd(\theta)}{7} = \frac{5\frac{1}{2}}{7} = \frac{11}{14}$ ya da buna çok yakın olduğundan $\frac{9a}{8h} = \frac{9}{8} \cdot \frac{a}{h} = \frac{9}{8} \cdot \frac{11}{14} = \frac{99}{112} = 0.8839285714 \dots \lesssim \frac{8}{9}$ kesri söz konusu olur ve buradan $\frac{a}{h} \lesssim \left(\frac{8}{9}\right)^2$ yaklaşık kesri elde edilir. Burada $Cot(\theta) = \frac{a}{h}$ eşitliği nedeniyle θ yerine hangi ölçülmüş açıyı alırsanız alın $\frac{9a}{8h}$ kesrinin 2 ondalığı daima 8 olur ve bu da size çarpan kesrinin tersine yani $\frac{8}{9}$ a götürür. Eğer eski Mısırlılar bu yola girdilerse önce (4.9)'daki yaklaşımı ve sonra (4.8)'i gördüler. Çünkü bu yola bir kere girildiğinde çıkış olmaz ve (4.9) sizi (4.8)'e götürür!

Ya da bu yola hiç girmeden, piramitin kübitteki sekedinin karekökünü alırsak şu yaklaşımı görmek zor olmaz:

$$(4.10) \quad 0.886405260 \dots = \sqrt{\frac{11}{14}} = \sqrt{\frac{a}{h}} \lesssim \frac{8}{9}.$$

Eğer Mısırlı Rahipler, M.Ö. 450'de **Herodot**'a söylediği gibi bu sırrı da söyledilerse, oradan ver elini Mısır π 'sine. Çünkü **Arşimet** bu sonucu (2.65)'ten görüyordu!

4.2.2. Babil Π 'si

Fakat bunu (2.2)'de yerine koyarsak π için

$$(4.11) \quad \pi h^2 \lesssim \left(\frac{16}{9}h\right)^2 = \left(\frac{16}{9} \cdot \frac{81}{64}a\right)^2 = \left(\frac{9}{4}a\right)^2 \Rightarrow \pi \lesssim \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{a}{h}\right)^2.$$

sonucu geçerli olacağından piramitin eğimi için hangi değeri koyarsanız koyun Babil π 'si ortaya çıkar. Bu, örneğin **Gantenbrink**'e göre,

$$(4.12) \quad \pi \lesssim \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{a}{h}\right)^2 = \left(\frac{9}{4} \cdot \frac{11}{14}\right)^2 = \left(\frac{99}{56}\right)^2 = 3.125\textcolor{red}{318877} \dots \gtrsim 3\frac{1}{8}$$

dir.

Özetle bu sonuçlar Babil ve Mısır π 'lerinin Büyük Piramit'teki yansımalarıdır ama bunları eski Babil ve Mısırlıların görüp görmedikleri tartışmaya açık bir meseledir! (Bkz. "[Görevimiz Tehlike 6: Yansımalar](#)". Ama bana göre en iyi çalışması "[Walküre](#)"dir)

